ORSAY

SERIE A

N° D'ORDRE : 84

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Harald HAHN

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude du mode déflecteur dans un guide circulaire à iris

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 12 Mars 1965 devant la Commission d'Examen

MM.	GRIVET	Président
	BERTEIN SEPTIER	Examinateurs
	LAPOSTOLLE	Invité

ORSAY

SERIE A

N° D'ORDRE : 84

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Harald HAHN

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude du mode déflecteur dans un guide circulaire à iris

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 12 Mars 1965 devant la Commission d'Examen

MM.	GRIVET	Président
	BERTEIN SEPTIER	Examinateurs
	LAPOSTOLLE	Invité

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

Doyen

M. ZAMANSKY

M.	JULIA G.	T	Analyse supérieure & algèbre supérieure
	PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparée
	GRASSE	T	Evolution des êtres organisés
	PREVOST	T	Chimie organique
	WYART	T	Minérolo & Cristal
	TEISSIER	T	Zoologie
	MANGENOT	T	Biol. Végét. (Orsay)
	AUGER	T	Physique quantique et relativité
	MONNIER	T	Physiologie générale
	PIVETEAU	T	Paléontologie
	ROCARD	T	Physique (ENS)
	CARTAN	T	Mathématiques (ENS)
	LAFFITTE	T	Chimie générale
	FAVARD	T	Géométrie supérieure
	COULOMB	T	Physique du globe
lle	COUSIN	T	Biol. animale (SPCN)
	CHRETIEN	T	Chimie générale
	DRACH	T	Zoologie
	KASTLER	T	Physique (ENS)
	EPHRUSSI	T	Génétique
	RIVIERE	T	Géol. SPCN & Sédimentologie (Orsay)
	GAUTERET	T	Biologie Vég. (PCB)
	LUCAS R.	T	Recherches Physiques
	THOMAS A.	T	Biologie cellulaire
	ARNULF	T	Optique appliquée
	MORAND	T	Physique Enseignement
	SOLEILLET	T	Physique (PCB)
	FORTIER	T	Mécanique Exp. des Fluides
	PETIT	T	Biologie maritime
	QUENEY	T	Météor. & dynamique atmosphérique
	GALLIEN	T	Embryologie
	EICHHORN	T	Botanique
	DE CUGNAC	T	Biologie Vég. (SPCN)
lle	CAUCHOIS	T	Chimie Physique
	THELLIER	T	Physique du globe
	L'HERITIER	T	Biol. générale (Orsay)
	GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay)
	PONCIN	T	Mécanique générale
	DUBREIL	T	Arith. & Théorie des Nombres
	QUELET	T	Chimie organique
	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
	CHAMPETIER	T	Chimie macromolécul.
	CUVILLIER	T	Micropaléontologie
MM.	JUNG	T	Géologie
	TRILLAT	T	Microscopie & diffraction électro.
	WIEMANN	T	Chimie organ. & struc.
	JACQUINOT	T	Spectroscopie & Phys. céleste (Orsay)
	VASSY	T	Physique de l'Atmosph.
	DESTOUCHES	T	Théorie Physiques
	AMIEL	T	Chimie générale
	HOCART	T	Minéralo & Cristallo.
	MATHIEU J.P.	T	Physique Optique
	COUTEAUX	T	Cytologie
	MAY	T	Zoologie (Orsay)
	CHOQUET	T	Théorie des fonctions et Topologie
	FELDMANN	T	Biologie végét. Marine
	GUINIER	T	Physique des solides (Orsay)
	JOST	T	Physiologie comparée
	FORTET	T	Calcul des Probabilité et Phys. mathémat.
	SCHWARTZ	T	Calcul diff. & Intégral
	CHOUARD	T	Physiologie végétale
	MALAVARD	T	Aviation (Tech. Aéron.)
	BRELOT	T	Calcul diff. & Intégr.
	NORMANT	T	Synthèse organique
	BENARD	T	Chimie Minérale
	BUVAT	T	Botanique (ENS)
	DUGUE	T	Statistiques Mathém.
	SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
	ULRICH	T	Physiol. Vég. Appliq.
	MARECHAL	T	Optique théor. & Appli.
	KIRRMANN	T	Théories chimiques
	CHADEFAUD	T	Botanique
Melle	LE BRETON	T	Physiol. de la Nutrit.
	LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie
	DEVILLERS	T	Anatomie & Hist. Compar.
	EHRESMANN	T	Topologie Algébrique
	FRANCON	T	Physique (SPCN)
	GLANGEAUD	T	Géographie Phys. & Géol.
	GODEMENT	T	Mathématiques (MGP)
	PISOT	T	Tech. Math. de la Phys.
	ROCH	T	Géologie
	SCHATZMANN	T	Astrophysique
	TERMIER	T	Géologie générale
	ZAMANSKY	T	Mathématiques générales
	LENNUIER	T	Physique (MGP)
	RIZET	T	Génétique (Orsay)
	ROUTHIER	T	Géologie appliquée
Mme	TONNELAT	T	Physique théorique
	DIXMIER	T	Mathématiques (MPC)

MM.	SOUCHAY	T Chimie Générale
	AIGRAIN	T Electrotechnique géné.
	BRUSSET	T Chimie systématique
	LEVY M.	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme	CHAIX	T Chimie biologique
Mme	HUREL-PY	T Biologie végét. (PCB)
	PIAUX	T Chimie (MPC)
	BRUN	T Mécanique théorique des fluides
	LEDERER	T Chimie biolog. (Orsay)
Mme	DUBREIL	T Mathématiques (Agrég.)
Mme	LELONG	T Mathématiques II (ENS)
	BELLAIR	T Géologie (SPCN)
	COTTE	T Physique électricité
	DUBOIS J. E.	T Chimie organique
	LAMOTTE	T Zoologie (ENS)
	MICHEL A.	T Chimie minérale (Orsay)
	OLMER	T Energétique générale
	ROUAULT	T Electricité (Orsay)
	GAUTHIER	T Mécanique appliquée
	BARCHEWITZ	T Chimie Physique
	BROSSEL	T Physique atomique
	BUSER	T Physiologie comparée
	CAMUS	T Physiologie Vég. Orsay
	CASTAING	T Physique II Thermo. (Orsay)
	CURIEN	T Minéralo & cristallo.
	MOYSE	T Physiol. végét. (Orsay)
	NOIROT	T Evolution des Etres org.
	PANNETIER	T Chimie générale
	POSSOMPES	T Zoologie
	PULLMANN	T Chimie quantique
	TEILLAC	T Physique Nucl. & Radio-activité (Orsay)
	TONNELAT	T Biol. Physico-Chim. (Orsay)
	VILLE	T Econométrie
	WILLEMART	T Chimie PCB
	DODE	T Chimie (Orsay)
	FREYMANN	T Recherches Physiques
	GUINOCHET	T Biol. Vég. SPCN (Orsay)
	ROLLET	T Chimie minérale
Melle	JOSIEN	T Chimie SPCN
	CHEVALLEY	T Géométrie algéb. et théorie des groupes
	ARNOULT	T Electronique (Orsay)
	CHAPELLE	T Physique I (Orsay)
	DELANGE	T Mathématiques I (Orsay)
	DENY	T Mathématique Géné. (Orsay)
	GERMAIN	T Mécanique théor. des fluides
	LUCAS G.	T Géologie

MM.	ALLARD	T Chimie Physique
	BERTHELOT	T Physique des particul Fondamentales (Orsay
	BRICARD	T Météor. et Physique d l'Atmosphère
Mme	ALBE-FESSARD	T Psycho-physiol.
	FRIEDEL	T Physique des solides (Orsay)
	M. JULIA	T Etudes des Moléculair complexes
	LENDER	T Biol. Animale SPCN (Orsay)
	MAGAT	T Physico-Chimie des radioéléments
Melle	QUINTIN	T Electrochimie
	MONOD	T Chimie du métabolism
	BENOIT	T Physiol. Animale (Ors
	DE POSSEL	T Analyse numérique
	CHARLOT	T Chimie analytique
	LEMEE	T Ecologie Vég. (Orsay)
	GUERIN	T Chimie MPC (Orsay)
	CHATELET M.	T Chimie PCB
	JEAN	T Physique Nucl. (Orsay
	MATTLER	T Physique SPCN
	BERGERARD	T Zoologie (Orsay)
	BERTEIN	T Electronique (Orsay)
	BOUISSIERES	T Radiochimie
Mme	COUTURE	T Thermo & Méca. Phy
	ELLENBERGER	T Géologie des grandes gions du globe
	FRANC	T Biologie animale PCB
	SCHNELL	Botanique tropicale
	STOLKOWSKI	T Physiologie végétale
	ACHER	T Chimie Biologique
	BAUDOIN	Biologie animale PCB
	BEAUMONT	Biologie animale SPC
	BLAMONT	T Géophysique-ionosphèr
	BOURREAU	T Botanique
	CURIE D.	Physique MGP
	DURAND-DELGA	T Géologie
	FREON	T Chimie organique (Ors
	HELLER	T Physiol. végétale
	TORTRAT	T Calcul des Probabilité
	CAILLEUX	T Géologie (SPCN)
	MAGNAN	T Physique SPCN
	DAUDEL	T Mécanique ondulatoire appli. à la chimie Théor. & à la Phys. Nucléaire.
Melle	FOURCROY	Biologie végét. SPCN
Mme	CHOQUET-BRUHAT	T Mécan. Analytiq et Mécan. céles
Melle	VEIL	T Physiologie générale
	LWOFF	T Microbiologie
	SIESTRUNCK	T Mécan. Phys. & Expé
	LACOMBE	T Mét. mét. Nucl. (Orsa

MM.	BROCHARD	T Physique PCB (Orsay)
	CABANNES	T Mécanique générale
	LESIEUR	T Mathématiques I (Orsay)
	MAZET	T Méca. générale (Orsay)
	CAIRE	Géographie phys. et Géol. Dynamique
	COMOLET	T Mécanique des Fluides
	CORABOEUF	T Physiol. animale (Orsay)
	DELLOUE	Physique de l'exosphère
	GORENFLOT	Botanique II (Orsay)
	HOUILLON	Biologie animale PCB
	JULLIEN J.	Chimie SPCN (Orsay)
	MALGRANGE	T Technique Math. de la Physique (Orsay)
	OLIVIER	Antropologie
	NOZERAN	T Botanique II (Orsay)
	BLANC-LAPIERRE	T Phys. ENS (Orsay)
	CHEVAUGEON	T Botanique (Orsay)
	KAHANE	T Mathématiques (Orsay)
	SAMUEL	T Mathématiques ENS féminines
	KOURGANOFF	T Astronomie (Orsay)
	THIRY	T Mécanique céleste
	ABELES	Physique SPCN
	AMAT	T Physique PCB
	AUBOIN	T Géologie
Mme	BENOIT-GUEUTAL	T Phys. Nucléaire et radioactivité (Orsay)
	BOUGIS	Biologie marine (Villefranche/mer)
	BRUHAT	T Mathématiques MPC
	BRUNN	T Géologie historique (Orsay)
	CHABBAL	T Physique MGP (Orsay)
	DEHEUVELS	T Mathématique Propé.
	D'ESPAGNAT	T Physique théorique (Orsay)
	FURON	T Géologie SPCN
Mme	GANS	T Génétique
	GENEVES	Biologie végétale PCB
	GUILBERT	Physique (CUS Orléans)
	HUPE	T Pétrographie
	HOLLANDE	T Biologie générale
MM.	LIONS	T Analyse numérique
	MAITTE	T Chimie PCB
	MEYER	Physique propédeutique
	NICOLAS	Géologie appliquée
	PANIGEL	Biologie générale
	RAVIER	Pétrographie
	ROSEAU	T Méca. théor. des fluides
	ROUBINE	T Electronique
	SILBER	T Chimie PCB
	UEBERSFELD	T Electronique
	YVON	T Théories Physiques
	HERVE	T Mathématiques
	NERON	T Mathémat. MPC (Orsay)
Mme	PECKER-WIMEL	T Astrophysique
	BALKANSKY	Physique MPC
	LE CORRE	T Electricité
	DELCROIX	T Physique théorique (Orsay)
	GOURDIN	Phys. Théor. des Hautes Energies (Orsay)
	LEHMANN	T Phys. Exp. des Hautes Energies (Orsay)
	NATAF	T Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
	ECHALIER	Biologie animale PCB
	BARRAUD	Physiologie cellulaire
	LIORET	Physiologie végétale (Orsay)
	DARS	Géologie struc. & Géol. appliquée
	CAMEFORT	T Botanique (agrégation)
	VICHNIEWSKY	T Mécanique industrielle
	BLAQUIERE	Electronique (Orsay)
	ARNOUS	T Physique théorique
	TATIBOUET	Chimie (CSU Orléans)
	MALLIAVIN	T Mathématique propé. (Orsay)
	GAUDEMAR	Chimie Propéd.
	PEREZ Y JORBA	Phys. Exp. des Hautes énergies (Orsay)
	DAVID	T Chimie (Agrég. Orsay)
	BROUSSE	T Mécanique théorique

LE SECRETAIRE GENERAL...
R. POULLAIN.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534924_0041

TABLES DES MATIERES

REMERCIEMENTS

I. INTRODUCTION
.1 Origine du problème 1
.2 Le but recherché 2

II. GENERALITES
.1 Propriétés générales de la solution 6
.2 Raccordement des champs 9
.3 Solutions de l'équation de HELMHOLTZ 14
.4 Les vecteurs hertziens 20
.5 Propriétés des solutions transverses et hybrides 23

III. RELATION DE DISPERSION
.1 La méthode employée 29
.2 Expressions du champ dans la région I 30
.3 Expressions du champ dans la région II 33
.4 Equations résultant du raccordement 36
.5 La condition de fréquence 40
.6 Approximations et convergence 42
.7 Une première approximation 50
.8 Identification des différents modes 57
.9 Considérations pratiques sur un déflecteur 61

IV. HARMONIQUES D'ESPACE
.1 Calcul des harmoniques d'espace 71
.2 Techniques de perturbation 77
.3 Etalonnage des billes perturbatrices 79
.4 Répartition du champ électrique 84
.5 Détermination des harmoniques d'espace 86

V. FACTEURS DE MERITE

.1 Définitions 88

.2 Le flux de puissance 93

.3 Mesure de R/Q 97

.4 Mesure de l'impédance série 100

.5 L'énergie emmagasinée 101

.6 Le coefficient de surtension 108

SOMMAIRE 114

BIBLIOGRAPHIE 116

APPENDICE

A.1 Le système d'unités naturelles 118

A.2 Les opérateurs Δ et ∇^2 118

A.3 Les expressions des matrices 120

A.4 Préparation du calcul numérique 124

A.5 Programmes FORTRAN 126

A.6 Exemples 165

REMERCIEMENTS

Monsieur le Professeur GRIVET m'a fait l'honneur de diriger cette thèse. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma plus profonde gratitude.

Je tiens à remercier le Dr. BLEWETT qui m'a suggéré ce sujet de recherches et en a constamment suivi le développement avec grand intérêt.

Ce travail a été effectué sous l'égide de l'"U.S. Atomic Energy Commission" au "Brookhaven National Laboratory", et c'est un plaisir pour moi de remercier la direction de ce Laboratoire, et en particulier le Dr. GREEN, chef du Département "Accélérateurs" qui m'a autorisé à présenter ces recherches sous la forme d'une thèse.

Celle-ci fut terminée et rédigée au cours d'un séjour au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay. Je remercie bien vivement Monsieur LEVY-MANDEL, chef du Département "Saturne", qui m'a accueilli dans son Laboratoire et m'a permis de trouver des conditions de travail favorables.

Je remercie également Messieurs HALAMA, MASCHKE et MONTEMURRO pour leurs diverses contributions à ce travail.

Enfin je tiens à exprimer ma reconnaissance à Messieurs BOUSSARD et THEVENET pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée en relisant mon manuscrit, à Madame WINTERBOTTOM qui a assuré la frappe du manuscrit avec rapidité et précision, et à Monsieur DICK qui en a dessiné les figures.

CONTRIBUTIONS A L'ETUDE DU MODE DEFLECTEUR DANS UN GUIDE CIRCULAIRE A IRIS

I. INTRODUCTION

I.1. Origine du problème

Les ondes électromagnétiques susceptibles de se propager dans les guides métalliques lisses possèdent une vitesse de phase supérieure à la vitesse de la lumière. Le guide à iris, au contraire, permet la propagation des ondes lentes et peut servir, par conséquent, de structure d'interaction permettant un échange d'énergie avec des particules chargées synchrones.

Le domaine d'application par excellence des guides circulaires à iris est celui des accélérateurs de particules [1]. Bien qu'il existe d'autres structures efficaces, les accélérateurs linéaires à électrons utilisent pratiquement tous des guides à iris [2]. Les guides à iris trouvent également d'autres applications dans le domaine des tubes à onde progressive. Bien qu'on connaisse un très grand nombre de traitements approchés [3], une analyse rigoureuse du mode accélérateur se prêtant au calcul numérique avec une machine à calculer électronique ne fut publiée que récemment par TAYLOR [4].

Le mode utilisé est toujours le mode accélérateur du type transverse magnétique TM_{01} et au début toutes les recherches se portaient sur ce mode dominant. Mais l'expérience des accélérateurs à grand courant a fait apparaître des phénomènes mal expliqués par les théories classiques. Le plus gênant de ces phénomènes est le raccourcissement des impulsions, qui fut observé par BOAG et MILLER [5]. Il demande pour se manifester que le courant ait une intensité supérieure à une certaine valeur minimale et il met un certain temps à s'établir. Il présente donc les caractéristiques de l'accrochage d'un auto-oscillateur. On explique le raccourcissement des impulsions par l'excitation d'un mode supérieur parasite à dispersion négative et à caractère hybride pour lequel les déflections électrique et magnétique ne se compensent pas [6-14].

Les propriétés déflectrices du mode hybride, responsables du raccourcissement des impulsions, permettent d'envisager une application utile de ce mode dans les séparateurs de particules du type HF [15-21,47].

Des études sur le mode déflecteur dans un guide à iris furent publiées par GARAULT [22], HEREWARD et al. [23], SAXON [24] et l'auteur [25,26]. Une liste très complète des travaux inédits se trouve dans l'article de LARSEN et al. [19]. L'étude des ondes électromagnétiques hybrides HEM ou EH dans les guides circulaires à iris fera l'objet de cette thèse.

I.2. Le but recherché

Le but de ce travail est de trouver les solutions pour le champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ à symétrie dipolaire, satisfaisant les conditions aux limites idéales d'un guide circulaire à iris.

La solution est supposée périodique dans le temps avec la pulsation ω . Dans ce cas le champ vectoriel solution $\vec{V}$ (r, θ, z, t) peut s'écrire sous la forme

$$\vec{V}\ (r,\ \theta,\ z)\ e^{j\omega t} \tag{1}$$

et, en général, le facteur $\exp(j\omega t)$ peut être omis dans les expressions. Le nombre d'onde dans le vide k est défini dans le système d'unités employé ici ($c = 1$, $\mu_o = 1$) par

$$k = \omega \tag{2}$$

Une différentiation par rapport au temps devient alors une multiplication par jk :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = j\,k\,\vec{V} \tag{3}$$

Les effets, dûs aux particules chargées traversant le guide, seront negligés, ce qui est exprimé par les équations relatives à la charge d'espace ρ et aux courants de convection $\vec{i}$

$$\rho = 0 \tag{4}$$

$$\vec{i} = 0 \tag{5}$$

La propagation a lieu dans le vide, ce qui permet d'écrire

$$\mu = 1 \quad \text{et} \quad \epsilon = 1 \tag{6}$$

d'où

$$\vec{E} = \vec{D} \tag{7}$$

$$\vec{B} = \vec{H} \tag{8}$$

Les équations de MAXWELL conduisent alors aux relations vectorielles

$$\nabla \times \vec{E} = - j k \vec{H} \tag{9}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j k \vec{E} \tag{10}$$

$$\nabla \vec{E} = 0 \tag{11}$$

$$\nabla \vec{H} = 0 \tag{12}$$

Les pertes dans le guide seront négligées et on supposera des parois métalliques idéales. Les conditions aux limites s'expriment alors par les équations

$$\vec{E}_t = 0 \tag{13}$$

$$\vec{H}_n = 0 \tag{14}$$

$\vec{E}_t$ étant la composante tangentielle et $\vec{H}_n$ la composante normale des champs sur la paroi. Il est parfois utile d'écrire les conditions aux limites sous la forme équivalente

$$\vec{S}_n = (\vec{E} \times \vec{H}^*)_n = 0 \tag{15}$$

ce qui revient à dire que le flux de puissance à travers la paroi est nul.

Nous étudierons plus spécialement le mode déflecteur à caractère dipolaire. Les nombreuses études du mode accélérateur à symétrie de révolution ont fourni des théorèmes généraux qui s'appliquent également au mode déflecteur [27]. Le principe de la méthode analytique que nous avons adoptée est basé sur le développement des champs en série de FOURIER et sur le raccordement de ces solutions. Cette méthode fut proposée par HAHN [28] et perfectionnée ensuite par WALKINSHAW et BELL principalement [29].

Dans le cas du mode déflecteur l'achèvement de l'analyse est toutefois compliqué et n'est possible qu'après l'introduction de concepts nouveaux tels que les solutions hybrides [25].

D'autre part les modes multipolaires sont obtenus à partir du mode dipolaire par généralisation directe. Notre but final étant la réalisation d'un guide déflecteur pour des particules ultrarelativistes, nous avons dû limiter nos efforts à la solution des problèmes théoriques et pratiques liés directement au mode déflecteur.

La construction d'un déflecteur se fait en deux étapes. Il faut d'abord trouver une méthode donnant la solution dans une structure à géométrie donnée, puis on recherche une structure possédant les meilleures performances. Pour la clarté de l'exposé, nous allons commencer immédiatement par la recherche d'une solution dans une structure que l'on sait déjà presque optimale. De plus, tous les détails purement techniques tels que le rayon de l'iris et le stabilisateur de mode seront seulement esquissés.

La figure 1 définit les notations des paramètres géométriques du guide à iris:

- rayon du trou de l'iris a
- rayon du guide b
- pas du guide w
- largeur des vannes d .

On considère que le problème est résolu si l'on connaît:

- la relation de dispersion $k = k(\beta_o)$. Celle-ci montre l'existence d'une infinité de bandes passantes, dont seules les deux les plus basses ont un intérêt pratique.
- la vitesse de phase $v_p = k/\beta$ et la vitesse de groupe $v_g = dk/d\beta$ au point de fonctionnement.
- la force déflectrice sur une particule ultrarelativiste ($v \to c$).
- l'expression analytique du champ électrique. Le champ magnétique s'en déduit sans difficulté au moyen de l'équation (9).

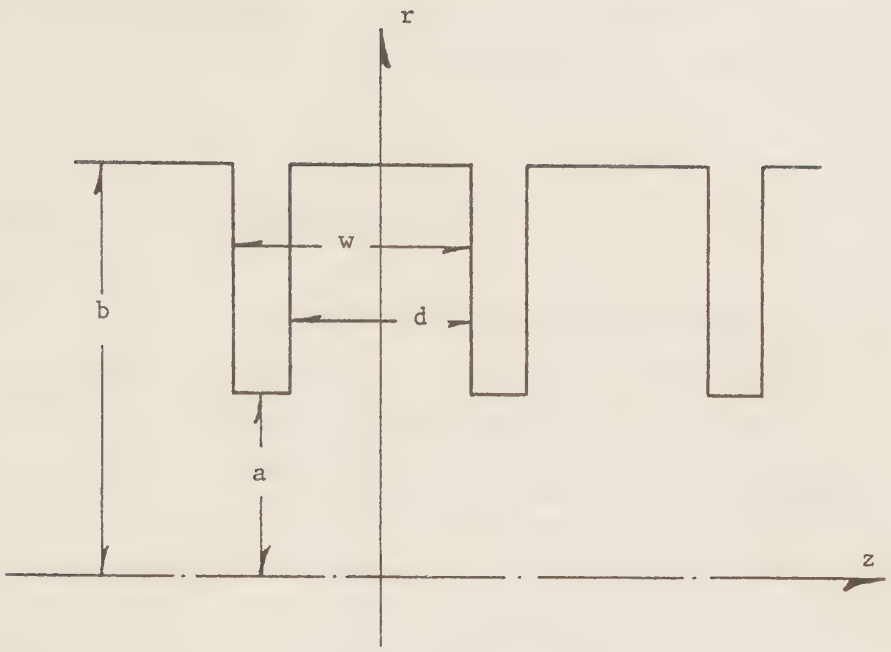


Fig. 1. Géométrie et notation du guide à iris.

On essayera de trouver, au moins en principe, une solution rigoureuse. Pourtant le problème sera traité du point de vue physique en laissant de côté l'aspect purement mathématique. Par exemple, les questions de convergence des séries n'ont pas été envisagées mais la justification des calculs est fournie par une vérification expérimentale. La solution rigoureuse sera trouvée sous forme de séries et de matrices infinies. En limitant le nombre des termes dans les séries, on peut trouver de bonnes approximations qui se prêtent facilement à un traitement numérique sur un ordinateur, tel que la machine IBM 7090/7094. Une approximation simple pour le guide à iris infiniment minces et à pas infiniment petit sera également indiquée. Celle-ci est suffisamment simple pour être utilisée sans machine à calculer et donne de bons résultats qualitatifs.

Les résultats numériques ont été confirmés par la détermination expérimentale du diagramme de dispersion et de la répartition des champs en onde stationnaire, par la mesure des facteurs de mérite R/Q , etc. D'autre part, l'atténuation dans le guide n'a été déterminée qu'expérimentalement.

II. GENERALITES

II.1 Propriétés générales de la solution

La périodicité du guide à iris entraîne certaines propriétés communes à tous les modes possibles. POSCHL indique ces propriétés dans un article où l'on pourra trouver les résultats suivants [27].

Pour un type d'onde donné (même symétrie azimutale; par exemple TM_0, HEM_1, HEM_2, etc.) il n'y a propagation d'énergie que pour certaines bandes de fréquence en nombre infini. Dans ces bandes passantes la longueur d'onde dans le guide λ_g varie en fonction de la longueur d'onde dans le vide λ_o : la propagation est dispersive. D'habitude on préfère donner la relation de dispersion sous la forme $k = k(\beta)$, avec

$$k = 1/\lambda_o = \omega/c \tag{1}$$

$$\text{et } \beta = 1/\lambda_g = \omega/v_p \tag{2}$$

De la relation de dispersion on déduit facilement

- la vitesse de phase v_p

$$v_p = k/\beta \tag{3}$$

- et la vitesse de groupe v_g

$$v_g = dk/d\beta \tag{4}$$

La vitesse de phase et la vitesse de groupe varient également en fonction de la fréquence de façon typique pour un mode donné.

A cause de la périodicité des conditions aux limites on peut employer le théorème de FLOQUET: il existe des solutions multiplicatives qui s'écrivent sous la forme

$$\vec{E}\,(r,\,\theta,\,z+w) = e^{-\Gamma w}\;\vec{E}\,(r,\,\theta,\,z) \tag{5}$$

$$\vec{H}\,(r,\,\theta,\,z+w) = e^{-\Gamma w}\;\vec{H}\,(r,\,\theta,\,z) \tag{6}$$

Dans la bande passante, le facteur exp (- Γw) a le module

$$\left|e^{-\Gamma w}\right| = 1 \tag{7}$$

d'où

$$\Gamma = j\,\beta \tag{8}$$

βw est la variation de phase par cellule. Une solution est possible pour

$$\beta = \beta_o + 2\,\pi\,n/w$$

$$n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots \tag{9}$$

Par définition

$$\begin{aligned} &0 \le \beta_o \le \pi/w \quad \text{propagation vers les } z > 0 \\ &0 \ge \beta_o \ge -\pi/w \quad \text{propagation vers les } z < 0 \end{aligned} \tag{10}$$

La détermination de $k = k(\beta_o)$ ou $\beta_o = \beta_o(k)$ suffit pour connaître complètement les propriétés dispersives du guide.

Dans un guide symétrique par rapport à un plan z = const. tel que le guide à iris, la courbe $k = k(\beta_o)$ est symétrique par rapport à $\beta_o = 0$. A chaque solution se propageant dans une direction il correspond une autre solution se propageant en sens inverse.

La solution étant multiplicative, on peut l'écrire sous la forme:

$$\vec{E}\,(r,\,\theta,\,z) = e^{-j\beta_o z}\;\vec{\mathcal{E}}\,(r,\,\theta,\,z) \tag{11}$$

avec la fonction vectorielle périodique

$$\vec{\mathcal{E}}\,(r,\,\theta,\,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_n\,(r,\,\theta)\;\; e^{-j2\pi nz/w} \tag{12}$$

Donc pour les solutions recherchées

$$\vec{E}(r, \theta, z) = \sum_{n} e^{-j\beta_n z} \vec{E}_n(r, \theta) \tag{13}$$

et

$$\vec{H}(r, \theta, z) = \sum_{n} e^{-j\beta_n z} \vec{H}_n(r, \theta) \tag{14}$$

La solution des champs est multiplicative et représentée en série infinie de FOURIER.

Les termes individuels de la série sont appelés ondes partielles ou harmoniques d'espace. L'harmonique d'espace à indice n se propage à la vitesse de phase v_{pn}

$$v_{pn} = \frac{k}{\beta_n} \tag{15}$$

La vitesse de groupe est nécessairement identique pour tous les harmoniques d'espace.

L'orthogonalité des fonctions exp ($j\beta_n z$) permet de démontrer que l'harmonique d'espace doit être individuellement une solution des équations de MAXWELL. D'autre part, les conditions aux limites sont satisfaites, en général, par la série complète seulement.

Il existe plusieurs relations d'orthogonalité entre les harmoniques d'espace dont on aura besoin par la suite.

$$\vec{E}_n(r, \theta) = \frac{1}{w} \int_{\zeta}^{\zeta + w} e^{j\beta_n z} \vec{E}(r, \theta, z)\, dz \tag{16}$$

avec ζ arbitraire.

$$\frac{1}{w} \int_{\zeta}^{\zeta + w} \vec{E}(r, \theta, z)\ \vec{E}^*(r, \theta, z)\, dz =$$

$$= \sum_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_n(r, \theta)\ \vec{E}_n^*(r, \theta) \tag{17}$$

L'énergie emmagasinée par cellule est donc

$$wW = \sum_n \frac{1}{4} \int (\vec{E}_n \vec{E}_n^* + \vec{H}_n \vec{H}_n^*) \, dV \tag{18}$$

Dans une cellule, l'énergie électrique est égale à l'énergie magnétique

$$\frac{1}{4} \int \vec{E} \vec{E}^* \, dV = \frac{1}{4} \int \vec{H} \vec{H}^* \, dV = \frac{wW}{2} \tag{19}$$

Le flux de puissance

$$P = \frac{1}{2} \, Re \int \vec{e}_z \, (\vec{E} \times \vec{H}^*) \, dF \tag{20}$$

est indépendant de la surface $z = \zeta = const.$ choisie, et en particulier

$$\int_\zeta \vec{e}_z \, (\vec{E} \times \vec{H}^*) \, dF = \int_{\zeta + w} \vec{e}_z \, (\vec{E} \times \vec{H}^*) \, dF \tag{21}$$

On peut définir une vitesse d'énergie v_E

$$v_E = \frac{P}{W} \tag{22}$$

Dans un guide périodique sans pertes on a rigoureusement

$$v_E = v_g \tag{23}$$

II.2. Raccordement des champs

Il semble impossible de trouver une solution analytique des champs dans un guide à iris. Il faut revenir sur un procédé de calcul conçu par HAHN et appelé méthode de raccordement des champs [28]. Cette méthode est appliquée lorsque le volume du guide peut être décomposé en sous-volumes de forme simple, pour lesquels on peut trouver une expression générale des champs sous forme de séries à coefficients indéterminés. Le raccordement des champs le long de la surface commune (non matérielle) conduit alors à un système infini d'équations linéaires homogènes. Pour que ce système ait des

solutions non identiquement nulles, il faut attribuer à k certaines valeurs, qui sont les valeurs propres cherchées. Dans ce chapitre, on déduira la condition générale de raccordement.

Il y a deux possibilités de couper une cellule du guide à iris (Fig. 2) [30]:

1) coupure dans une surface transversale z = const. Les champs sont ici représentés par des séries de DINI, basées sur les modes transverses TE et TM.

2) coupure dans une surface cylindrique r = const. = a . Les champs sont ici représentés par des séries de FOURIER. Les relations d'orthogonalité étant plus simples, le choix de cette coupure conduit à des expressions plus simples. En revanche on rencontre ici des difficultés si l'on s'approche d'une solution à vitesse de phase égale à celle de la lumière $v_p = 1$. Ces difficultés de nature mathématique seront évitées en utilisant des solutions hybrides au lieu des solutions transverses classiques.

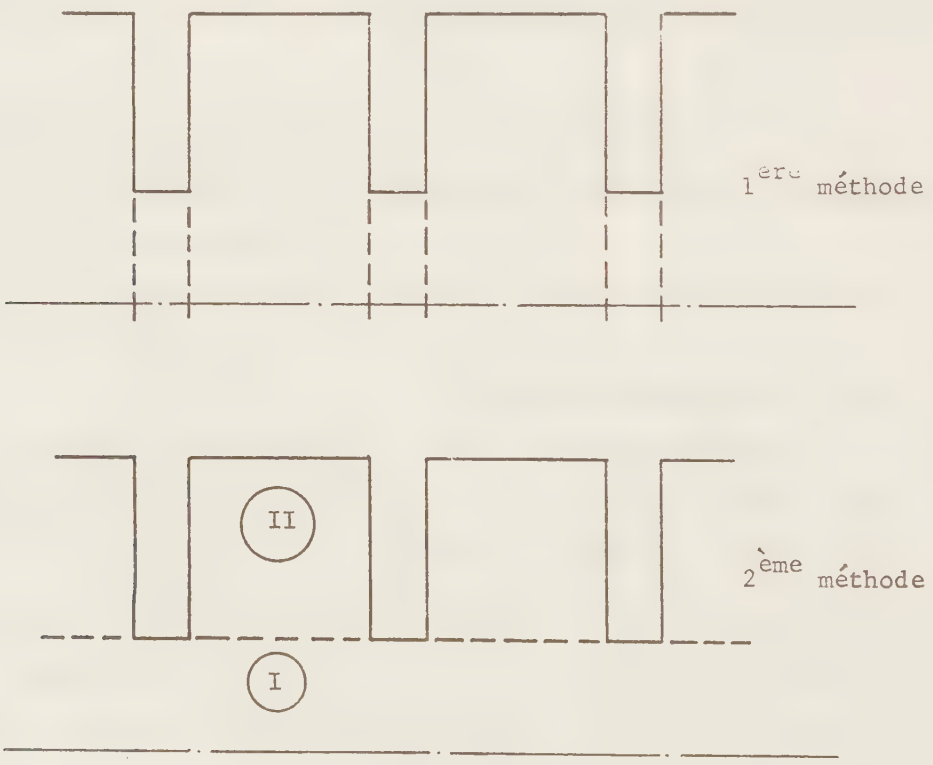


Fig. 2. Coupure du volume d'un guide à iris pour le raccordement des champs.

Les deux façons de faire la coupure sont identiques en principe. A cause de sa plus grande simplicité nous nous sommes limités à la deuxième méthode.

Soit le lagrangien du champ électromagnétique dans le vide

$$L = \frac{1}{2} \int (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)\, dV \tag{1}$$

Les équations de MAXWELL sont alors remplacées par la condition variationelle

$$\delta \int L\, dt = 0 \tag{2}$$

Pour des solutions périodiques dans le temps on a le lagrangien

$$L = \frac{1}{4} \int (\vec{E}\,\vec{E}^* - \vec{H}\,\vec{H}^*)\, dV \tag{3}$$

et la condition variationelle

$$\delta L = 0 \tag{4}$$

Puisque le lagrangien représente la différence entre les énergies électrique et magnétique emmagasinée dans le guide idéal, on trouve à cause de l'équation II.1.(19) la valeur du minimum

$$L = 0 \tag{5}$$

En utilisant ce résultat, on trouve pour l'intégrale suivante, étendue sur une cellule:

$$\frac{1}{4} \int (\vec{E}^*\ \vec{E} - \vec{H}^*\ \vec{H})\ dV =$$

$$= \frac{1}{4} \int \left\{ \vec{E}^*\ \vec{E} - \frac{1}{k^2} (\nabla \times \vec{E})(\nabla \times \vec{E}^*) \right\} dV = 0 \tag{6}$$

A cause de la relation

$$\vec{E} = \frac{1}{k^2}\ \nabla \times \nabla \times \vec{E} \tag{7}$$

et de l'identité de GREEN

$$\oint \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}^*) \, d\vec{F} =$$

$$\int \left\{ (\nabla \times \vec{E})(\nabla \times \vec{E}^*) - \vec{E} \, (\nabla \times \nabla \times \vec{E}^*) \right\} dV \qquad (8)$$

on trouve la relation

$$L = \frac{1}{2} \oint (\vec{E} \times \vec{H}^*) \, d\vec{F} = \oint \vec{S} \, d\vec{F}$$

$$= \oint \vec{S}_t \, d\vec{F} = 0 \qquad (9)$$

Cette équation ne reflète rien d'autre que le fait, qu'il n'y a pas d'énergie produite ou dissipée dans une cellule.

Considérons maintenant le guide à iris coupé en deux volumes selon la deuxième méthode (Fig. 3).

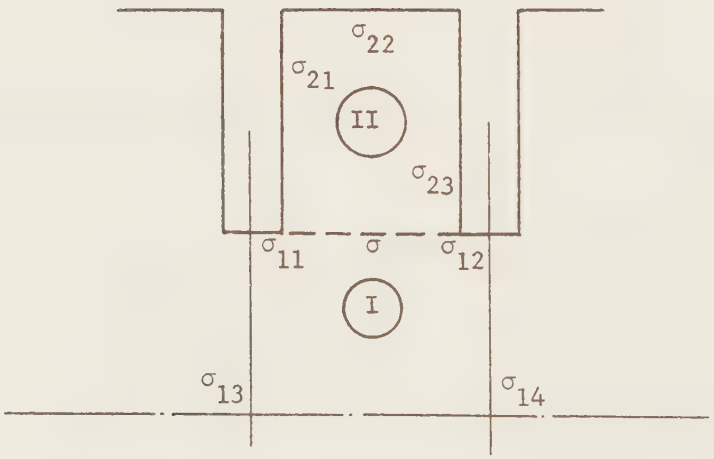


Fig. 3. Notation pour le raccordement des champs.

L'intégrale (3) étendue sur une cellule

$$L = \frac{1}{4}\int_{I} (\vec{E}\,\vec{E}^{*} - \vec{H}\,\vec{H}^{*})\, dV + \frac{1}{4}\int_{II} (\vec{E}\,\vec{E}^{*} - \vec{H}\,\vec{H}^{*})\, dV = 0 \qquad (10)$$

permet d'écrire

$$\int_{\sigma_{11}} \vec{S}\, d\vec{F} + \int_{\sigma_{12}} + \int_{\sigma_{13}} + \int_{\sigma_{14}} + \int_{\sigma_{I}} +$$

$$+ \int_{\sigma_{21}} + \int_{\sigma_{22}} + \int_{\sigma_{23}} + \int_{\sigma_{II}} = 0 \qquad (11)$$

En tenant compte de la relation II.1.(21) on obtient

$$\int_{\sigma_{13}} + \int_{\sigma_{14}} = 0 \qquad (12)$$

et les conditions aux limites donnent

$$\int_{\sigma_{11}} + \int_{\sigma_{12}} + \int_{\sigma_{21}} + \int_{\sigma_{22}} + \int_{\sigma_{23}} = 0 \qquad (13)$$

On trouve finalement la condition de raccordement

$$\int_{\sigma_{I}} \vec{S}\, d\vec{F} + \int_{\sigma_{II}} \vec{S}\, d\vec{F} = 0 \qquad (14)$$

qui s'écrit également sous la forme

$$\int \left\{ (\vec{E}_t^{I} \times \vec{H}_t^{*I}) - (\vec{E}_t^{II} \times \vec{H}_t^{*II}) \right\} d\vec{F} = 0 \qquad (15)$$

Cette condition sera satisfaite, si

$$\vec{E}_t^{I} = \vec{E}_t^{II}$$

$$\text{et} \qquad \vec{H}_t^{I} = \vec{H}_t^{II} \qquad (16)$$

D'où pour les composantes des champs

$$\begin{aligned} E_z^I &= E_z^{II} \\ E_\theta^I &= E_\theta^{II} \\ H_z^I &= H_z^{II} \\ H_\theta^I &= H_\theta^{II} \end{aligned} \qquad (17)$$

La condition de raccordement s'exprime par l'égalité des 4 composantes tangentielles sur la surface de raccordement.

II.3. Solutions de l'équation de HELMHOLTZ

Les champs électromagnétiques dans le vide se déduisent du potentiel vecteur $\vec{A}$ par les équations

$$\vec{E} = - j k \vec{A} \qquad (1)$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \qquad (2)$$

Le potentiel vecteur $\vec{A}$ doit satisfaire l'équation de HELMHOLTZ

$$(\nabla^2 + k^2) \vec{A} = 0 \qquad (3)$$

avec l'opérateur vectoriel

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla (\nabla \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \qquad (4)$$

En plus, le potentiel vecteur est assujetti à la condition

$$\nabla \vec{A} = 0 \qquad (5)$$

La solution la plus générale de l'équation de HELMHOLTZ pour un domaine comprenant l'axe $(r = 0)$ est la combinaison linéaire de trois solutions vectorielles indépendantes [31]. En coordonnées orthogonales cylindriques,

les trois solutions se déduisent facilement d'une fonction scalaire ψ , solution de l'équation de LAPLACE

$$(\Delta + k^2)\ \psi = 0 \tag{6}$$

avec l'opérateur scalaire

$$\Delta\ \psi = \nabla\ (\nabla\ \psi) \tag{7}$$

Trois solutions possibles furent indiquées par HANSEN [32]

$$\vec{L} = \nabla\ \psi \tag{8}$$

$$\vec{M} = \nabla \times \vec{e}_z\ (j\ \psi) \tag{9}$$

$$\vec{N} = jk\ \vec{e}_z\ \psi - \frac{1}{jk}\ \nabla\ (\frac{\partial \psi}{\partial z}) \tag{10}$$

On peut vérifier que les solutions $\vec{L}$, $\vec{M}$, $\vec{N}$ ont les propriétés suivantes: [33]

$$\nabla \times \vec{L} = 0 \tag{11}$$

$$\nabla\ \vec{L} = -\ k^2\ \psi \tag{12}$$

et

$$\nabla\ \vec{M} = 0 \tag{13}$$

$$\nabla \times \vec{M} = k\ \vec{N} \tag{14}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{M} = k^2\ \vec{M} \tag{15}$$

et

$$\nabla\ \vec{N} = 0 \tag{16}$$

$$\nabla \times \vec{N} = k\ \vec{M} \tag{17}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{N} = k^2\ \vec{N} \tag{18}$$

En tenant compte de la condition (5), on voit que la solution la plus générale pour le potentiel vecteur est donc donnée par la combinaison linéaire de deux solutions vectorielles seulement, [34]

$$\vec{A} = a\ \vec{N} + b\ \vec{M} \tag{19}$$

où a et b sont des coefficients arbitraires.

Nous nous limitons pour l'instant au cas d'une onde se propageant suivant la direction de l'axe Oz à une vitesse de phase v_p constante. En coordonnées cylindriques circulaires (r, θ, z), le potentiel scalaire ψ est donné par

$$\psi = \frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} \; e^{-j\nu\theta} \; e^{-j\beta z} \tag{20}$$

avec les coefficients de propagation [cf. II.1.(1 et 2)]

$$k^2 = \beta^2 + \gamma^2 \tag{21}$$

La notation de la variation angulaire est purement symbolique. Deux conventions d'interprétation sont possibles

- on n'utilise que la partie réelle

$$\begin{aligned} e^{-j\nu\theta} &\rightarrow \cos \nu\,\theta \\ j\, e^{-j\nu\theta} &\rightarrow \sin \nu\,\theta \end{aligned} \tag{22}$$

- on n'utilise que la partie imaginaire

$$\begin{aligned} e^{-j\nu\theta} &\rightarrow \sin \nu\,\theta \\ j\, e^{-j\nu\theta} &\rightarrow \cos \nu\,\theta \end{aligned} \tag{23}$$

En général, on préfèrera la première convention.

La représentation de la variation dans le temps est également complexe et il faut employer la double notation complexe avec précaution.

En effectuant sur ψ les opérations prescrites par (8), (9), (10), les solutions de l'équation de HELMHOLTZ deviennent

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} \dfrac{J_\nu'(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}} & e^{-j\nu\theta} \\ -\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r} & j\, e^{-j\nu\theta} \\ -j\beta \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} & e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \qquad (24)$$

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} \nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r} & e^{-j\nu\theta} \\ -\dfrac{J_\nu'(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}} & j\, e^{-j\nu\theta} \\ 0 & \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \qquad (25)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} \beta \dfrac{J_\nu'(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}} & e^{-j\nu\theta} \\ -\beta\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r} & j\, e^{-j\nu\theta} \\ j\gamma^2 \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} & e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \qquad (26)$$

Il est bien connu que la solution du type électrique ou transverse magnétique est donnée par

$$\text{TM} : \qquad \vec{A} = \vec{N} \tag{27}$$

et la solution du type magnétique ou transverse électrique est donnée par

$$\text{TE} : \qquad \vec{A} = \vec{M} \tag{28}$$

Le champ électromagnétique le plus général est donc une combinaison linéaire des solutions TE et TM .

Une exception importante sera trouvée pour une onde qui se propage à la vitesse de la lumière ($k = \beta$, $\gamma = 0$). Ici les solutions TE et TM sont identiques à la solution TEM . Donc, la description complète par des solutions transverses seulement n'est plus possible, si des singularités dans les expressions des champs ne sont pas admises.

On peut éviter cette difficulté de nature purement mathématique en prennant comme solutions de base des combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{M}$ et $\vec{N}$.

Les solutions symétriques de GOUBEAU [35] et HEREWARD [23] sont obtenues comme la somme et la différence des solutions TE et TM :

$$\vec{S} = \vec{M} + \vec{N} \tag{29}$$

avec

$$\nabla \times \vec{S} = k \vec{S} \tag{30}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{S} = k^2 \vec{S} \tag{31}$$

et

$$\vec{T} = \frac{\vec{M} - \vec{N}}{\gamma^2} \tag{32}$$

avec

$$\nabla \times \vec{T} = - k \vec{T} \tag{33}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{T} = k^2 \vec{T} \tag{34}$$

Les solutions $\vec{S}$ et $\vec{T}$ sont orthogonales en ce qui concerne le flux de puissance et l'énergie emmagasinée [23].

Si l'on pose

$$\vec{E} = a\,\vec{S} + b\,\vec{T} \tag{35}$$

on obtient

$$(\vec{E} \times \vec{H}^*)\,\vec{e}_z = a\,a^*\,(\vec{S} \times \vec{S}^*)\,\vec{e}_z - b\,b^*\,(\vec{T} \times \vec{T}^*)\,\vec{e}_z \tag{36}$$

et

$$\frac{1}{2}\,(\vec{E}\,\vec{E}^* + \vec{H}\,\vec{H}^*) = a\,a^*\,\vec{S}\,\vec{S}^* + b\,b^*\,\vec{T}\,\vec{T}^* \tag{37}$$

Les vecteurs $\vec{S}$ et $\vec{T}$ ont les composantes:

$$k\,\vec{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left\{(k-\beta)\,\gamma^2\,\frac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} + (k+\beta)\,\frac{J_{\nu-1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}\right\} e^{-j\nu\theta} \\ \frac{1}{2}\left\{(k-\beta)\,\gamma^2\,\frac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} - (k+\beta)\,\frac{J_{\nu-1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}\right\} j\,e^{-j\nu\theta} \\ j\,\gamma^2\,\frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}\,e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{38}$$

$$k\,\vec{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left\{(k+\beta)\,\frac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} + \frac{1}{k+\beta}\,\frac{J_{\nu-1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}\right\} e^{-j\nu\theta} \\ \frac{1}{2}\left\{(k+\beta)\,\frac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} - \frac{1}{k+\beta}\,\frac{J_{\nu-1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}\right\} j\,e^{-j\nu\theta} \\ -\,j\,\frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}\,e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{39}$$

Les solutions $\vec{S}$ et $\vec{T}$ ne sont pas les seules. On peut trouver d'autres solutions indépendantes, notamment les solutions hybrides [25]

$$\text{HM :} \qquad \vec{A} = \frac{k\vec{N} - \beta\vec{M}}{\gamma^2} \tag{40}$$

et

$$\text{HE :} \qquad \vec{A} = \frac{\beta\vec{N} - k\vec{M}}{\gamma^2} \tag{41}$$

La combinaison linéaire

$$\vec{A} = a\left(\frac{k\vec{N} - \beta\vec{M}}{\gamma^2}\right) + b\vec{M} \tag{42}$$

conduit à des expressions très simples pour le potentiel vecteur et reste valable pour toutes les vitesses de phase ($0 \leq \beta < \infty$).

L'introduction des solutions hybrides de cette manière est assez peu naturelle. Il est néanmoins possible de les introduire logiquement en utilisant les vecteurs hertziens. Toutefois, cette présentation était nécessaire pour démontrer que toutes les ondes peuvent être considérées comme combinaisons linéaires des solutions transverses magnétique et électrique.

II.4. Les vecteurs hertziens

Une description symétrique du champ électromagnétique est possible en utilisant les vecteurs hertziens électrique $\vec{\Pi}_e$ (vecteur de HERTZ) et magnétique $\vec{\Pi}_h$ (vecteur de FITZGERALD). Les champs électrique et magnétique s'en déduisent à l'aide des relations

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}_e - j\,k\,\nabla \times \vec{\Pi}_h \tag{1}$$

$$\vec{H} = j\,k\,\nabla \times \vec{\Pi}_e + \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}_h \tag{2}$$

$\vec{\Pi}_e$ et $\vec{\Pi}_h$ étant des solutions de l'équation de HELMHOLTZ

$$(\nabla^2 + k^2)\,\vec{\Pi} = 0 \tag{3}$$

Le potentiel vecteur $\vec{A}$ est alors lié aux vecteurs hertziens par

$$\vec{A} = -\frac{1}{jk} \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi}_e + \nabla \times \vec{\Pi}_h \tag{4}$$

En vertu des résultats précédents, la solution la plus générale pour $\vec{\Pi}$ est maintenant la combinaison linéaire de deux solutions vectorielles indépendantes, $\vec{P}$ et $\vec{Q}$, avec les propriétés

$$\nabla \times \vec{P} \neq 0 \tag{5}$$

$$\nabla \times \vec{Q} \neq 0 \tag{6}$$

On peut obtenir des simplifications considérables si l'on admet que $\vec{P}$ est une solution longitudinale et $\vec{Q}$ une solution transversale. Des solutions ayant ces formes particulières sont également obtenues comme combinaisons linéaires de $\vec{L}$, $\vec{M}$, et $\vec{N}$.

La solution longitudinale $\vec{P}$ est obtenue comme la combinaison:

$$\vec{P} = \frac{1}{jk} \left(\vec{N} - \frac{\beta}{k} \vec{L}\right) \tag{7}$$

Elle prend donc la forme

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma^{-\nu} J_\nu e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{8}$$

soit, plus simplement

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} \tag{9}$$

On peut trouver trois solutions transversales de forme simple:

$$\vec{Q} = \frac{1}{\gamma^2}\left\{\vec{M} - \frac{\beta}{k}\vec{N} - \frac{\gamma^2}{k^2}\vec{L}\right\} \tag{10}$$

$$\vec{Q}' = \vec{M} + \frac{\beta}{k}\vec{N} + \frac{\gamma^2}{k^2}\vec{L} \tag{11}$$

et évidemment

$$\vec{Q}'' = \frac{1}{jk}\vec{M} \tag{12}$$

avec les composantes

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} \gamma^{-(\nu+1)} J_{\nu+1}(\gamma r)\ e^{-j\nu\theta} \\ \gamma^{-(\nu+1)} J_{\nu+1}(\gamma r)\ j\, e^{-j\nu\theta} \\ 0 \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{13}$$

$$\vec{Q}' = \begin{bmatrix} \gamma^{-(\nu-1)} J_{\nu-1}(\gamma r)\ e^{-j\nu\theta} \\ -\gamma^{-(\nu-1)} J_{\nu-1}(\gamma r)\ j\, e^{-j\nu\theta} \\ 0 \end{bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{14}$$

La solution la plus générale pour le champ électromagnétique requiert deux solutions indépendantes. Le choix conventionnel:

$$\vec{\Pi}_e = \vec{P} \qquad \text{et} \qquad \vec{\Pi}_h = j\vec{P}$$

conduit aux solutions transverses TM et TE .

Si la vitesse de phase peut s'approcher de la vitesse de la lumière, un autre choix s'impose. Nous allons montrer dans le chapitre suivant que

le meilleur choix sera alors celui des deux vecteurs hertziens transversaux

$$\vec{\Pi}_h = \vec{Q} \qquad \text{et} \qquad \vec{\Pi}_e = \vec{Q}''$$

Dans ce cas, la solution $\vec{Q}$ est indispensable. D'autre part, la solution $\vec{Q}'$ ne semble présenter aucun intérêt pratique et ne sera pas étudiée. De même, la solution $\vec{Q}''$ n'apportera rien de nouveau, mais elle permettra d'omettre complètement les solutions longitudinales.

II.5. Propriétés des solutions transverses et hybrides

Les équations de MAXWELL admettent les solutions transverses du type magnétique TM et électrique TE , mais aussi des solutions mixtes ou hybrides qui sont dénommées solutions hybrides magnétique HM et électrique HE . Toutes les solutions se déduisent de façon systématique des vecteurs hertziens de la façon suivante.

D'habitude on obtient les solutions transverses TM et TE à partir des vecteurs hertziens n'ayant que des composantes longitudinales:

$$\vec{\Pi}_e = \vec{P} \rightarrow \text{TM}$$
$$\vec{\Pi}_h = j\vec{P} \rightarrow \text{TE}$$

Bien qu'étant très simple, ce choix n'est pas unique et les solutions transverses peuvent être déduites également des vecteurs hertziens n'ayant que des composantes transversales:

$$\vec{\Pi}_h = j\vec{Q}'' \rightarrow \text{TM}$$
$$\vec{\Pi}_e = \vec{Q}'' \rightarrow \text{TE}$$

Les solutions hybrides sont obtenues en remplaçant la solution $\vec{Q}''$ par $\vec{Q}$, l'autre vecteur transverse.

$$\vec{\Pi}_h = \vec{Q} \rightarrow \text{HM}$$
$$\vec{\Pi}_e = j\vec{Q} \rightarrow \text{HE}$$

Les expressions pour les composantes des champs électrique et magnétique des solutions transverses et hybrides sont représentées sur le tableau 1. Une première étude des expressions des champs révèle plusieurs résultats intéressants.

	TM_ν	TE_ν	HM_ν	HE_ν	θ	z
$E_r \sim$	$-j\beta \dfrac{J'_\nu(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}$	$-jk\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}$	$jk\beta \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}}$	$j\left[\beta^2 \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} + \nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}\right]$	$e^{-j\nu\theta}$	
$E_\theta \sim$	$j\beta\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}$	$jk \dfrac{J'_\nu(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}$	$jk\beta \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}}$	$j\left[k^2 \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} - \nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}\right]$	$je^{-j\nu\theta}$	
$E_z \sim$	$\gamma^2 \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	0	$k \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	$\beta \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	$e^{-j\nu\theta}$	$e^{-j\beta z}$
$H_r \sim$	$-jk\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}$	$-j\beta \dfrac{J'_\nu(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}$	$-j\left[\beta^2 \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} + \nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}\right]$	$-jk\beta \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}}$	$je^{-j\nu\theta}$	
$H_\theta \sim$	$-jk \dfrac{J'_\nu(\gamma r)}{\gamma^{\nu-1}}$	$-j\beta\nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}$	$j\left[k^2 \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}} - \nu \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu r}\right]$	$jk\beta \dfrac{J_{\nu+1}(\gamma r)}{\gamma^{\nu+1}}$	$e^{-j\nu\theta}$	
$H_z \sim$	0	$\gamma^2 \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	$-\beta \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	$-k \dfrac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu}$	$je^{-j\nu\theta}$	

Tableau 1. Solutions transverses et hybrides

Chaque solution hybride d'ordre zéro ($\nu = 0$), HM_o et HE_o, est identique à une solution transverse, TM_o ou TE_o, selon la convention adoptée pour la notation angulaire complexe

$$HM_o \text{ et } HE_o \rightarrow \begin{cases} TM_o & \text{avec la convention II.3.(22)} \\ TE_o & \text{avec la convention II.3.(23)} \end{cases}$$

En conséquence, les solutions à symétrie de révolution sont toujours transverses. Cela reste valable dans les guides cylindriques à iris. C'est pourquoi nos investigations seront limitées au cas des solutions multipolaires avec $\nu > 0$.

A la coupure, c'est-à-dire pour $\beta \rightarrow 0$ et $\gamma \rightarrow k$, les solutions hybrides HM et HE tendent vers les solutions transverses TM et TE. La combinaison HM/TM et HE/TE en tant que solution la plus générale est donc inadmissible.

Le cas où la vitesse de phase est égale à la vitesse de la lumière présente un intérêt primordial. Pour $\beta \rightarrow k$ et $\gamma \rightarrow 0$ les solutions TM et TE tendent vers une solution purement transverse TEM. En particulier, les solutions TM_1 et TE_1 deviennent des ondes planes. Autrement dit, si $v_p = c$ les solutions TM et TE ne sont plus des solutions linéairement indépendantes. La combinaison TM/TE en tant que solution la plus générale est donc inadmissible, si la vitesse de phase peut être égale à la vitesse de la lumière.

D'autre part, les solutions hybrides HM et HE restent des solutions indépendantes, chacune ayant six composantes finies et différentes de zéro. Les expressions pour les composantes des solutions hybrides dans le cas $v_p = c$ sont données sur le tableau 2 et comparées avec celles de la solution TEM.

En conclusion, il est donc indispensable d'utiliser au moins une solution hybride dans la représentation la plus générale, valable à toutes vitesses de phase; or, il reste trois combinaisons possibles: TM/HE, TE/HM et HE/HM.

	TEM	HM	HE	θ	z
$E_r \sim$	$-jk\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}$	$j\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}$	$j\left[\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}+\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}\right]$	$e^{-j\nu\theta}$	
$E_\theta \sim$	$+jk\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}$	$j\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}$	$j\left[\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}-\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}\right]$	$je^{-j\nu\theta}$	
$E_z \sim$	0	$\dfrac{kr^{\nu}}{2^{\nu}\nu!}$	$\dfrac{kr^{\nu}}{2^{\nu}\nu!}$	$e^{-j\nu\theta}$	$e^{-j\beta z}$
$H_r \sim$	$-jk\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}$	$-j\left[\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}+\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}\right]$	$-j\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}$	$je^{-j\nu\theta}$	
$H_\theta \sim$	$-jk\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}$	$j\left[\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}-\dfrac{r^{\nu-1}}{2^{\nu}(\nu-1)!}\right]$	$j\dfrac{k^2 r^{\nu+1}}{2^{\nu+1}(\nu+1)!}$	$e^{-j\nu\theta}$	
$H_z \sim$	0	$-\dfrac{kr^{\nu}}{2^{\nu}\nu!}$	$-\dfrac{kr^{\nu}}{2^{\nu}\nu!}$	$je^{-j\nu\theta}$	

Tableau 2. Solutions transverses et hybrides pour une vitesse de phase $v_p = c$

La force de LORENTZ sur une particule de charge q, cheminant à la vitesse $\vec{v}$, est exprimée par l'expression

$$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{1}$$

On admet que la particule est synchrone et que sa vitesse est colinéaire à la vitesse de phase, supposée constante, d'où

$$\vec{v} = \vec{e}_z\, v_p = \vec{e}_z\, k/\beta \tag{2}$$

Dans le vide, on a:

$$\vec{B} = \vec{H} \tag{3}$$

et l'on trouve pour les composantes de la force en coordonnées cylindriques

$$\vec{F} = q \begin{bmatrix} E_r - H_\theta\, k/\beta \\ E_\theta + H_r\, k/\beta \\ E_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

En vertu de la relation $\nabla \times \vec{E} = -\,j\,k\,\vec{H}$, on peut montrer que la force maximale sur la particule est exprimée par le gradient de la composante longitudinale: [22]

$$\vec{F} = -\frac{qV}{jk} \nabla E_z \tag{5}$$

Cette équation fondamentale reste valable pour tous les modes possibles en synchronisme avec la particule et à vitesse de phase constante. Dans un guide à iris, par conséquent, l'équation (5) ne s'applique qu'à l'harmonique d'espace synchrone; l'effet des harmoniques non-synchrones s'annule en première approximation.

En utilisant les expressions des champs du tableau 1, il devient évident que le mode TE n'exerce aucune force sur une particule synchrone.

Dans une étude du mode déflecteur, on considère surtout la déflection transversale. La force transversale maximale exercée par un mode TM est

donnée par l'expression

$$\vec{F}_T \sim q \frac{\gamma^2}{\beta} \nabla_T \left\{ \frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} e^{-j\nu\theta} \right\} \tag{6}$$

et devient nulle pour une particule ultrarelativiste ($\gamma = 0$) .

D'autre part, la force exercée par un mode HE prend la forme

$$\vec{F}_T \sim q \nabla_T \left\{ \frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} e^{-j\nu\theta} \right\} \tag{7}$$

et la force exercée par un mode HM devient

$$\vec{F}_T \sim q v \nabla_T \left\{ \frac{J_\nu(\gamma r)}{\gamma^\nu} e^{-j\nu\theta} \right\} \tag{8}$$

On peut en déduire qu'une particule ultrarelativiste subit une force déflectrice non nulle par un mode HM ou HE ; elle est donnée par une expression identique pour les deux modes

$$\vec{F}_T \sim q \frac{r^{\nu-1}}{2^\nu(\nu-1)!} \begin{bmatrix} e^{-j\nu\theta} \\ -j\, e^{-j\nu\theta} \end{bmatrix} \tag{9}$$

Les solutions dipolaires ($\nu = 1$) sont les plus importantes. Ici la force transversale est indépendante de r et θ et sa valeur est donnée par $F_T = q\, A/2$, A étant l'amplitude du mode. En conclusion, le mode déflecteur a le même effet sur une particule ultrarelativiste qu'un champ électrostatique homogène d'intensité équivalente $E_o = A_o/2$. Autrement dit, la déflection sera sans aberrations.

D'après ces résultats, il semble préférable de n'employer que la combinaison HM/TE comme représentation générale d'un champ électromagnétique multipolaire qui reste valable pour $v_p = c$. Toute force déflectrice sera alors donnée par l'amplitude de HM , la solution TE n'y contribuant pas.

III. RELATION DE DISPERSION

III.1. La méthode employée

Les solutions transverses et hybrides des équations de MAXWELL ont été obtenues sans tenir compte des conditions aux limites. Mais une solution n'a une signification physique que dans le cas où il existe une structure possédant des conditions aux limites appropriées. Il y a deux méthodes pour trouver une solution et la structure métallique correspondante:

- La méthode synthétique qui consiste à rechercher une structure convenant à la solution prescrite.
- La méthode analytique qui recherche une solution satisfaisant les conditions aux limites d'une structure donnée.

Dans le troisième chapitre de cette thèse, nous allons employer la méthode analytique et montrer comment on peut trouver une solution rigoureuse pour un guide circulaire à iris. Cette méthode est basée sur le raccordement des champs, et sa validité a été prouvée dans le deuxième chapitre.

A cause de la périodicité du guide à iris, il suffit de considérer une seule cellule (Fig. 1), qui est coupée selon la deuxième méthode (Fig. 2 et 3) en deux régions: le centre (région I) et la vanne (région II). Le champ électromagnétique est développé en séries de FOURIER différentes dans les deux régions. Le raccordement des champs tangentiels sur la surface commune aux deux régions, conduit finalement à un système infini d'équations linéaires et homogènes. L'annulation du déterminant de la matrice de ce système d'équations donne la relation entre le nombre d'onde et la vitesse de phase en fonction des dimensions du guide. En principe, cette relation peut être obtenue avec autant de précision que l'on veut.

III.2. Expressions du champ dans la région I

Le champ électromagnétique dans la région centrale est représenté par une série infinie d'ondes cheminant dans la direction de l'axe Oz avec des vitesses de phase différentes. La périodicité de la structure impose l'emploi du théorème de FLOQUET pour la détermination des constantes de propagation possibles, qui sont données par

$$\beta_n = \beta_o + 2\pi\, n/w \qquad (1)$$

n étant un indice entier

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \infty$$

Il faut prendre deux ensembles infinis de coefficients arbitraires (a_n, b_n) et d'harmoniques d'espace dans l'expression la plus générale du champ. Le choix habituel d'un mode TM_1 et TE_1 n'est plus possible si un β_n (le plus souvent β_o) peut prendre la valeur k . On avait démontré que le meilleur choix était alors celui des deux solutions indépendantes HM_1 et TE_1 avec les coefficients associés a_o et b_o . Cela permettra d'exprimer la force déflectrice à l'aide d'un seul coefficient. Le champ électrique équivalent E_o sera donné par

$$E_o = \frac{a_o}{ka} \qquad (2)$$

En principe, les mêmes expressions restent valables pour toutes les fréquences et constantes de propagation (si $\beta_n \neq k$). Les expressions sont complètes, c'est-à-dire qu'elles représentent tous les modes possibles ayant la même variation azimutale.

Un terme individuel dans la série ne satisfait pas les conditions aux limites sur l'iris pour r = a et les composantes du champ prennent la forme:

$$E_r^I = j\, a_o\, \beta_o\, a\, \frac{J_2(\gamma_o r)}{\gamma_o a\, J_1(\gamma_o a)}\, e^{-j\beta_o z}$$

$$- j \sum{}' a_n\, \frac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2}\, \frac{\gamma_n a\, J_1'(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z}$$

$$- j \sum b_n\, \frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1'(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (3)$$

$$E_\theta^I = j\, a_o\, \beta_o\, a\, \frac{J_2(\gamma_o r)}{\gamma_o a\, J_1(\gamma_o a)}\, e^{-j\beta_o z}$$

$$+ j \sum{}' a_n\, \frac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2}\, \frac{\gamma_n a\, J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z}$$

$$+ j \sum b_n\, \frac{J_1'(\gamma_n r)}{J_1'(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (4)$$

$$E_z^I = \sum a_n\, \frac{J_1(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (5)$$

$$H_r^I = - j\, a_o\, \frac{1}{ka}\, \frac{\gamma_o a\, G(\gamma_o r)}{J_1(\gamma_o a)}\, e^{-j\beta_o z}$$

$$- j \sum{}' a_n\, \frac{ka}{(\gamma_n a)^2}\, \frac{\gamma_n a\, J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z}$$

$$- j \sum b_n\, \frac{\beta_n a}{ka}\, \frac{J_1'(\gamma_n r)}{J_1'(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (6)$$

$$H_\theta^I = j\, a_o\, \frac{1}{ka}\, \frac{\gamma_o a\, F(\gamma_o r)}{J_1(\gamma_o a)}\, e^{-j\beta_o z}$$

$$- j \sum{}' a_n\, \frac{ka}{(\gamma_n a)^2}\, \frac{\gamma_n a\, J_1'(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z}$$

$$- j \sum b_n\, \frac{\beta_n a}{ka}\, \frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1'(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (7)$$

$$H_z^I = - a_o\, \frac{\beta_o a}{ka}\, \frac{J_1(\gamma_o r)}{J_1(\gamma_o a)}\, e^{-j\beta_o z}$$

$$+ \sum b_n\, \frac{(\gamma_n a)^2}{ka}\, \frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n a\, J_1'(\gamma_n a)}\, e^{-j\beta_n z} \qquad (8)$$

avec les symboles

$$\gamma_n^2 = k^2 - \beta_n^2 \qquad (9)$$

et

$$F(\gamma_o r) = (ka)^2\, \frac{J_2(\gamma_o r)}{(\gamma_o a)^2} - \frac{J_1(\gamma_o r)}{\gamma_o r} \qquad (10)$$

$$G(\gamma_o r) = (\beta_o a)^2\, \frac{J_2(\gamma_o r)}{(\gamma_o a)^2} + \frac{J_1(\gamma_o r)}{\gamma_o r} \qquad (11)$$

On verra plus tard que la normalisation des harmoniques d'espace doit être telle que sur la surface de raccordement $r = a$ et pour les β_n très grands, les composantes E_z et E_θ prennent la forme

$$E_{zn} \rightarrow a_n\, e^{-j\beta_n z} \qquad (12)$$

$$E_{\theta n} \rightarrow (a_n \times 0 + b_n)\, e^{-j\beta_n z} \qquad (13)$$

Le choix des solutions TM_1 et TE_1 comme harmoniques d'espace ($n \neq 0$) est obligatoire. Cette normalisation a un autre avantage: toutes les fonctions radiales restent toujours réelles, même pour des arguments imaginaires purs ($\gamma^2 < 0$).

III.3. Expressions du champ dans la région II

Les champs dans la vanne sont obtenus sous forme d'une série infinie de tous les modes stationnaires possibles satisfaisant individuellement les conditions aux limites sur les parois $z = \pm d/2$ et $r = b$. La représentation complète du champ demande deux ensembles de coefficients arbitraires (c_m, c'_m et d_m, d'_m) avec les fonctions associées qui sont nécessairement des solutions TM_1 et TE_1. La variation en θ est sous-entendue et les composantes du champ ont pour expression:

$$E_r^{II} = -j \sum \left\{ 2c_m \frac{\eta_m a}{ka} \frac{Z'(\Gamma_m r)}{Z'(\Gamma_m a)} + 2d_m \frac{ka}{(\Gamma_m a)^2} \frac{aB(\Gamma_m r)}{rB(\Gamma_m a)} \right\} j^{-1} \sin \eta_m z$$

$$- j \sum \left\{ 2c'_m \frac{\eta'_m a}{ka} \frac{Z'(\Gamma'_m r)}{Z'(\Gamma'_m a)} + 2d'_m \frac{ka}{(\Gamma'_m a)^2} \frac{aB(\Gamma'_m r)}{rB(\Gamma'_m a)} \right\} \cos \eta'_m z \qquad (1)$$

$$E_\theta^{II} = j \sum \left\{ 2c_m \frac{\eta_m a}{ka} \frac{Z(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r Z'(\Gamma_m a)} + 2d_m \frac{ka}{(\Gamma_m a)^2} \frac{\Gamma_m a B'(\Gamma_m r)}{B(\Gamma_m a)} \right\} j^{-1} \sin \eta_m z$$

$$+ j \sum \left\{ 2c'_m \frac{\eta'_m a}{ka} \frac{Z(\Gamma'_m r)}{\Gamma'_m r Z'(\Gamma'_m a)} + 2d'_m \frac{ka}{(\Gamma'_m a)^2} \frac{\Gamma'_m a B'(\Gamma'_m r)}{B(\Gamma'_m a)} \right\} \cos \eta'_m z \qquad (2)$$

$$E_z^{II} = c_o \frac{Z(kr)}{Z'(ka)}$$

$$+ \sum 2c_m \frac{(\Gamma_m a)^2}{ka} \frac{Z(\Gamma_m r)}{\Gamma_m a Z'(\Gamma_m a)} \cos \eta_m z$$

$$+ \sum 2c'_m \frac{(\Gamma'_m a)^2}{ka} \frac{Z(\Gamma'_m r)}{\Gamma'_m a Z'(\Gamma'_m a)} j^{-1} \sin \eta'_m z \qquad (3)$$

$$H_r^{II} = - j c_o \frac{Z(kr)}{krZ'(ka)}$$

$$- j \sum \left\{ 2c_m \frac{Z(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r Z'(\Gamma_m a)} + 2d_m \frac{\eta_m a}{(\Gamma_m a)^2} \frac{\Gamma_m a B'(\Gamma_m r)}{B(\Gamma_m a)} \right\} \cos \eta_m z$$

$$- j \sum \left\{ 2c'_m \frac{Z(\Gamma'_m r)}{\Gamma'_m r Z'(\Gamma'_m a)} + 2d'_m \frac{\eta'_m a}{(\Gamma'_m a)^2} \frac{\Gamma'_m a B'(\Gamma'_m r)}{B(\Gamma'_m a)} \right\} j^{-1} \sin \eta'_m z \qquad (4)$$

$$H_\theta^{II} = - j c_o \frac{Z'(kr)}{Z'(ka)}$$

$$- j \sum \left\{ 2c_m \frac{Z'(\Gamma_m r)}{Z'(\Gamma_m a)} + 2d_m \frac{\eta_m a}{(\Gamma_m a)^2} \frac{aB(\Gamma_m r)}{rB(\Gamma_m a)} \right\} \cos \eta_m z$$

$$- j \sum \left\{ 2c'_m \frac{Z'(\Gamma'_m r)}{Z'(\Gamma'_m a)} + 2d'_m \frac{\eta'_m a}{(\Gamma'_m a)^2} \frac{aB(\Gamma'_m r)}{rB(\Gamma'_m a)} \right\} j^{-1} \sin \eta'_m z \qquad (5)$$

$$H_z^{II} = \sum 2d_m \frac{B(\Gamma_m r)}{B(\Gamma_m a)} j^{-1} \sin \eta_m z$$

$$+ \sum 2d'_m \frac{B(\Gamma'_m r)}{B(\Gamma'_m a)} \cos \eta'_m z \qquad (6)$$

avec les symboles

$$\eta_m = 2\, m\, \pi/d \qquad (7)$$

$$\eta'_m = (2\, m - 1)\, \pi/d \qquad (8)$$

m étant un nombre entier positif

$$m = 1,2,3, \ldots \infty$$

et $$\Gamma_m^2 = k^2 - \eta_m^2 \qquad (9)$$

Les fonctions $Z(\Gamma_m r)$ et $B(\Gamma_m r)$ sont définies par

$$Z(\Gamma_m r) = J_1(\Gamma_m r)\, Y_1(\Gamma_m b) - J_1(\Gamma_m b)\, Y_1(\Gamma_m r) \qquad (10)$$

$$Z'(\Gamma_m r) = J'_1(\Gamma_m r)\, Y_1(\Gamma_m b) - J_1(\Gamma_m b)\, Y'_1(\Gamma_m r) \qquad (11)$$

$$B(\Gamma_m r) = J_1(\Gamma_m r)\, Y'_1(\Gamma_m b) - J'_1(\Gamma_m b)\, Y_1(\Gamma_m r) \qquad (12)$$

$$B'(\Gamma_m r) = J'_1(\Gamma_m r)\, Y'_1(\Gamma_m b) - J'_1(\Gamma_m b)\, Y'_1(\Gamma_m r) \qquad (13)$$

La normalisation des harmoniques d'espace doit être telle que sur la surface de raccordement et pour les m très grands, les composantes H_z et H_θ prennent la forme

$$H_{zm} \rightarrow 2\, d_m\, j^{-1} \sin \eta_m z +$$

$$+ 2\, d'_m \cos \eta'_m z \qquad (14)$$

$$H_{\theta m} \rightarrow 2\, (c_m + d_m \times 0) \cos \eta_m z +$$

$$+ 2\, (c'_m + d'_m \times 0)\, j^{-1} \sin \eta'_m z \qquad (15)$$

L'étude des expressions des champs montre que pour toutes les applications pratiques les harmoniques d'espace sont fortement atténués suivant la direction radiale, sauf le mode dominant TM_{110} (coefficient associé c_o). En première approximation, les champs dans la vanne peuvent donc être représentés par ce mode seulement.

Notre choix pour les expressions des champs a l'avantage important de maintenir toujours réels tous les coefficients. Ce fait a une importance primordiale pour le traitement numérique de la solution.

III.4. Equations résultant du raccordement

La détermination des quatre ensembles de coefficients arbitraires intervenant dans les expressions des champs, demande quatre systèmes d'équations qui peuvent être obtenus par le raccordement de quatre composantes tangentielles dans les régions I et II. Sur la surface commune $r = a$, on a:

$$E_z^I = E_z^{II} \tag{1}$$

$$E_\theta^I = E_\theta^{II} \tag{2}$$

$$H_z^I = H_z^{II} \tag{3}$$

$$H_\theta^I = H_\theta^{II} \tag{4}$$

Une simplification considérable de la solution est obtenue en utilisant la notation tensorielle et la convention de sommation relative aux indices inférieurs et supérieurs. A cet effet, les ensembles de coefficients doivent être définis à nouveau:

$$a^n = a_n \tag{5}$$

$$b^n = b_n \tag{6}$$

$$c^m = (c'_m , c_o , c_m) \tag{7}$$

$$d^m = (d'_m , 0 , d_m) \tag{8}$$

1) Raccordement de la composante E_z sur $r = a$:

En utilisant les relations d'orthogonalité pour une série de FOURIER, on peut exprimer le coefficient a^n par

$$a^n = \frac{1}{w} \int_{-w/2}^{+w/2} E_z^I \; e^{j\beta_n z} \, dz \tag{9}$$

Avec l'équation (1) et en tenant compte des conditions aux limites sur l'iris, on trouve

$$a^n = \frac{1}{w} \int_{-d/2}^{+d/2} E_z^{II} \; e^{j\beta_n z} \, dz \tag{10}$$

Le premier système d'équations en résulte sous la forme générale

$$a^n = (E_c)_m^n \; c^m \tag{11}$$

Les expressions pour les éléments de toutes les matrices définies dans ce chapitre seront données dans l'appendice A.3.

2) Raccordement de la composant E_θ sur $r = a$:

Une méthode analogue fournit

$$f^n a^n + b^n = \frac{1}{jw} \int_{-d/2}^{+d/2} E_\theta^{II} \; e^{j\beta_n z} \, dz \tag{12}$$

avec le système d'équations

$$f^n a^n + b^n = (F_c)_m^n \; c^m + (F_d)_m^n \; d^m \tag{13}$$

Le raccordement de E_z et E_θ a permis d'exprimer chaque coefficient de la région I sous la forme d'une combinaison linéaire des coefficients de la région II. D'autre part, on peut effectuer le raccordement de H_z et H_θ de façon à exprimer les coefficients dans II sous la forme d'une combinaison linéaire des coefficients dans I.

3) Raccordement de la composant H_z sur $r = a$:

Les séries de FOURIER dans la région II sont orthogonales dans l'intervalle $-d/2 < z < +d/2$. Les d_m et d'_m sont alors donnés par:

$$d_m = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_z^{II} \, j \sin \eta_m z \, dz = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_z^{I} \, j \sin \eta_m z \, dz \qquad (14)$$

$$d'_m = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_z^{II} \cos \eta'_m z \, dz = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_z^{I} \cos \eta'_m z \, dz \qquad (15)$$

d'où la relation

$$d^m = (G_a)_i^m \, a^i + (G_b)_i^m \, b^i \qquad (16)$$

4) Raccordement de la composante H_θ sur $r = a$:

Les coefficients c_o, c_m, c'_m sont donnés par

$$c_o = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{II} \, dz = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{I} \, dz \qquad (17)$$

$$c_m + h_m d_m = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{II} \cos \eta_m z \, dz = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{I} \cos \eta_m z \, dz \qquad (18)$$

$$c'_m + h'_m d'_m = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{II} \, j \sin \eta'_m z \, dz = \frac{j}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} H_\theta^{I} \, j \sin \eta'_m z \, dz \qquad (19)$$

d'où la relation

$$c^m + h^m d^m = (H'_a)_i^m \, a^i + (H'_b)_i^m \, b^i \qquad (20)$$

En combinant les équations (16) et (20) on trouve le quatrième système d'équations sous la forme générale:

$$c^m = (H_a)^m_i \, a^i + (H_b)^m_i \, b^i \tag{21}$$

Dans les expressions des matrices originales interviennent toujours des intégrales de la forme

$$\frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} e^{\pm j\beta_i z} \cos \eta_m z \, d z = C_{im} \tag{22}$$

$$\frac{1}{jd} \int_{-d/2}^{+d/2} e^{\pm j\beta_i z} \sin \eta_m z \, d z = \pm S_{im} \tag{23}$$

Il est important de voir que ces intégrales ont toutes une valeur réelle

$$C_{im} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin (\beta_i - \eta_m) \, d/2}{(\beta_i - \eta_m) \, d/2} + \frac{\sin (\beta_i + \eta_m) \, d/2}{(\beta_i + \eta_m) \, d/2} \right\} \tag{24}$$

$$S_{im} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin (\beta_i - \eta_m) \, d/2}{(\beta_i - \eta_m) \, d/2} - \frac{\sin (\beta_i + \eta_m) \, d/2}{(\beta_i + \eta_m) \, d/2} \right\} \tag{25}$$

Les mêmes expressions restent valables pour les coefficients de propagation η'_m :

$$C'_{im} = C_{im} (\eta'_m) \tag{26}$$

$$S'_{im} = S_{im} (\eta'_m) \tag{27}$$

En particulier, les intégrales prennent les valeurs:

$$C_{io} = \frac{\sin \beta_i \, d/2}{\beta_i \, d/2} \tag{28}$$

$$S_{io} = 0 \tag{29}$$

L'étude des expressions obtenues montre facilement que toutes les matrices ont également des éléments purement réels, ce qui est d'une importance essentielle pour la résolution numérique des équations.

III.5. La condition de fréquence

Le raccordement des champs donnait les quatre systèmes d'équations réelles entre les quatre ensembles de coefficients réels

$$a^n = (E_c)^n_m \; c^m \tag{1}$$

$$f^n a^n + b^n = (F_c)^n_m \; c^m + (F_d)^n_m \; d^m \tag{2}$$

$$d^m = (G_a)^m_i \; a^i + (G_b)^m_i \; b^i \tag{3}$$

$$c^m = (H_a)^m_i \; a^i + (H_b)^m_i \; b^i \tag{4}$$

Il est maintenant possible d'éliminer les coefficients de la région I ou ceux de la région II, ce qui donne deux systèmes d'équations linéaires et homogènes entre les deux ensembles de coefficients restant. Il faut les considérer comme un système unique d'équations entre un seul ensemble de coefficients inconnus. Il n'y a une solution non-triviale que si le déterminant est nul, ce qui donne donc la relation entre le nombre d'onde dans le vide (ou la fréquence) k et le nombre d'onde dans le guide (ou la vitesse de phase) β_o, c'est-à-dire la relation de dispersion, pour une structure caractérisée par les dimensions a, b, w, d.

Le déterminant a, pour un β_o fixé, une infinité de zéros, correspondant à une infinité de bandes passantes. Les expressions des champs étant complèt on peut déduire inversement, que tous les modes possibles avec la même symétr en θ s'obtiennent à partir du même déterminant. Par conséquent, une dénomination systématique des modes électromagnétiques hybrides est possible

le mode $HEM_{\nu m}$ représente la m-ième bande passante des solutions à symétrie en θ d'ordre ν (ν, $m > 1$). Le mode déflecteur est alors désigné par HEM_{11}.

Il est un peu plus simple et cela conduit à des résultats plus importants d'éliminer les coefficients c^m et d^m de la région II. Le système d'équations qui en résulte peut s'écrire comme un produit d'une matrice à une colonne et d'une matrice formée par la juxtaposition de quatre matrices carrées ("matrice juxtaposée")

$$\begin{bmatrix} U_i^n & V_i^n \\ X_i^n & Y_i^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^i \\ b^i \end{bmatrix} = 0 \tag{5}$$

avec

$$U_i^n = \delta_i^n - (E_c)_m^n \, (H_a)_i^m \tag{6}$$

$$V_i^n = - (E_c)_m^n \, (H_b)_i^m \tag{7}$$

$$X_i^n = f^n \, \delta_i^n - \left[(F_c)_m^n \, (H_a)_i^m + (F_d)_m^n \, (G_a)_i^m \right] \tag{8}$$

$$Y_i^n = \delta_i^n - \left[(F_c)_m^n \, (H_b)_i^m + (F_d)_m^n \, (G_b)_i^m \right] \tag{9}$$

δ_i^n étant le symbole de KRONECKER:

$$\delta_i^n = \begin{cases} 1 & n = i \\ 0 & n \neq i \end{cases} \quad \text{pour} \tag{10}$$

Dans le cas du mode accélérateur on obtient pour le nombre d'ondes une limite supérieure par élimination des coefficients de la région II et une limite inférieure par élimination des coefficients de la région I [4,36]. Par contre, dans le cas du mode hybride il faudra des conditions supplémentaires, que nous allons étudier numériquement dans le chapitre suivant.

III.6. Approximations et convergence

La condition de fréquence est donnée sous la forme d'un déterminant infini. Il faut donc connaître quelques résultats d'analyse supérieure applicables à notre problème.

Soit le déterminant infini

$$\Delta = |\delta_{ik} + c_{ik}| \tag{1}$$

avec le symbole de KRONECKER δ_{ik}. Supposons que les séries suivantes soient convergentes

$$\sum_{i}^{\infty} |c_{ii}| \quad \text{et} \quad \sum_{i,k}^{\infty} (c_{ik})^2 \tag{2}$$

Soit Δ_n le déterminant fini formé par n lignes et n colonnes du déterminant infini. Le théorème de V. KOCH [37] dit alors, que le déterminant infini Δ est obtenu comme limite des déterminants finis Δ_n :

$$\Delta = \lim_{n \to \infty} \Delta_n \tag{3}$$

La convergence du déterminant n'est pas facilement prouvée et n'est pas envisagée dans le cadre de cette thèse. Il nous a semblé préférable de prouver l'existence d'une solution par l'expérience. Pourtant, nous avons utilisé la condition nécessaire (mais non suffisante):

$$c_{ik} \to 0 \qquad \text{si } i,k \text{ très grands}$$

pour trouver une normalisation appropriée des expressions des champs. En plus, elle nous a conduit à la conclusion, que l'emploi des modes TE et TM dans la région I est obligatoire pour les β_n grands.

Soient K et L les indices les plus grands dans les régions I et II respectivement. Le nombre de coefficients est alors

dans la région I $\quad a_n : 2K + 1$

$\quad b_n : 2K + 1$

dans la région II c_m : $L+1$, c'_m : L

d_m : L , d'_m : L

Une solution approchée est donc donnée par le déterminant d'une matrice carrée finie avec $(4K+2)^2$ éléments. La solution sera d'autant plus exacte que les indices K et L seront plus grands et, en principe, n'importe quelle précision peut être atteinte.

Il est pratiquement impossible de trouver une solution numérique sans l'aide d'un calculateur électronique moderne, si les indices $K, L > 0$. Nous avons eu à notre disposition un ordinateur IBM 7090/7094, pour lequel un programme en langage FORTRAN a été établi. N'ayant pas d'expérience de programmeur, le programme a été écrit sans aucun raffinement; son organisation et les instructions FORTRAN sont présentées dans l'appendice de cette thèse.

La valeur maximale des indices permise par le programme est $K = L = 15$, ce qui donne une matrice de 62^2 éléments. On arrive déjà près de la limite de la mémoire du calculateur. D'ailleurs, même avec des indices plus grands, les 8 chiffres significatifs de cette machine ne permettraient pas des résultats plus exacts. Le but principal des calculs n'étant que la démonstration de la validité de la solution indiquée, un calcul de précision double et l'utilisation de bandes magnétiques comme mémoires supplémentaires n'était pas envisagée.

A titre d'exemple nous donnons sur le tableau 3 la matrice formée par la juxtaposition des matrices U_i^n , V_i^n , X_i^n , Y_i^n , calculée pour les données

$a = 1{,}441098$	$k = 1{,}0$
$b = 3{,}458634$	$\beta_o = 1{,}0$
$w = 1{,}570796$	$K = 5$
$d = 1{,}256637$	$L = 5$

Le caractère essentiellement diagonal vérifié numériquement montre que la normalisation des expressions des champs est bien choisie.

1,73	0,24	-0,20	0,11	0,06	-0,04	-0,06	0,02	0,01	-0,04	0,05
0,19	1,72	0,24	-0,21	0,12	-0,04	0,08	-0,05	0,01	0,01	-0,03
0,12	0,18	1,70	0,28	-0,33	0,17	-0,06	0,06	-0,04	0,01	0,01
0,04	-0,10	0,18	1,62	0,55	-0,37	0,01	-0,05	0,05	-0,03	0,01
0,01	0,02	-0,09	0,23	0,98	0,83	0,04	0,04	-0,05	0,03	-0,02
0,02	-0,01	-0,05	0,20	-1,06	2,94	0,07	0,04	-0,05	0,03	-0,02
0,02	0,03	-0,03	0,01	0,07	0,18	1,62	0,16	-0,09	0,04	-0,00
0,01	-0,03	0,05	-0,07	0,13	-0,31	0,28	1,68	0,18	-0,11	0,05
0,01	0,01	-0,04	0,08	-0,20	0,26	-0,22	0,26	1,71	0,19	-0,12
0,03	0,01	0,02	-0,07	0,19	-0,15	0,12	-0,21	0,24	1,73	0,19
0,05	-0,04	0,02	0,03	-0,13	0,03	-0,01	0,11	-0,19	0,24	1,72

-0,02	0,01	0,01	-0,04	0,14	-0,75	0,02	0,01	-0,02	0,02	-0,
0,00	-0,01	0,01	-0,01	0,01	0,31	-0,03	0,01	-0,01	0,00	0,
0,02	0,00	-0,04	0,10	-0,25	0,55	0,01	-0,05	0,05	-0,04	0,
-0,05	0,00	0,08	-0,23	0,60	-1,87	0,01	0,10	-0,12	0,09	-0,
0,12	-0,02	-0,16	0,47	-1,30	4,34	-0,07	-0,20	0,25	-0,20	0,
0,20	0,01	-0,37	0,94	-2,39	2,23	0,04	-0,46	0,49	-0,37	0,
-0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,09	-1,35	0,05	-0,01	-0,01	0,01	-0,
-0,01	-0,01	0,05	-0,11	0,23	0,14	-0,04	0,06	-0,06	0,04	-0,
0,02	0,01	-0,06	0,13	-0,30	0,48	0,02	-0,07	0,07	-0,05	0,
-0,02	-0,00	0,04	-0,10	0,26	-0,73	-0,00	0,05	-0,05	0,04	-0,
0,01	-0,00	-0,02	0,05	-0,15	0,71	-0,01	-0,02	0,03	-0,02	0,

0,06	0,01	-0,01	0,00	0,00	-0,01	-0,00	0,00	0,00	-0,00	0,00
0,01	0,08	0,01	-0,01	0,01	0,01	0,00	-0,00	0,00	0,00	-0,00
0,01	0,01	0,11	0,02	-0,02	-0,00	-0,00	0,00	-0,00	0,00	0,00
0,00	-0,01	0,02	0,17	0,03	-0,02	0,00	-0,00	0,00	-0,00	0,00
0,00	0,01	-0,02	0,03	0,39	0,14	0,01	0,00	-0,00	0,00	-0,00
0,01	0,00	-0,00	-0,01	0,09	0,61	-0,06	0,02	-0,00	-0,00	0,00
0,00	-0,00	0,00	-0,00	-0,01	0,09	-0,24	-0,02	0,01	-0,01	0,00
00	0,00	-0,00	0,00	-0,00	-0,03	-0,02	-0,13	-0,01	0,01	-0,00
00	-0,00	0,00	-0,00	0,00	0,01	0,01	-0,01	-0,09	-0,01	0,01
00	-0,00	-0,00	0,00	-0,00	0,00	-0,00	0,01	-0,01	-0,07	-0,01
00	0,00	-0,00	-0,00	0,00	-0,01	0,00	-0,00	0,01	-0,01	-0,06

1,78	0,20	-0,13	0,05	-0,00	0,01	0,02	-0,01	-0,01	0,03	-0,
0,26	1,80	0,20	-0,11	0,03	-0,01	-0,03	0,03	-0,01	-0,02	0,
-0,22	0,27	1,81	0,19	-0,09	0,01	0,03	-0,04	0,04	-0,01	-0,
0,14	-0,24	0,30	1,81	0,20	0,02	-0,02	0,06	-0,07	0,05	-0,
-0,01	0,16	-0,32	0,44	1,78	-0,23	-0,01	-0,07	0,11	-0,11	0,
-0,17	0,14	-0,03	-0,17	0,56	0,60	0,61	-0,32	0,10	0,07	-0,
0,06	-0,08	0,07	-0,03	-0,00	-0,15	1,84	0,33	-0,26	0,14	-0,
-0,02	0,04	-0,05	0,05	-0,03	0,04	0,19	1,81	0,28	-0,23	0,
-0,01	-0,01	0,03	-0,04	0,03	-0,01	-0,10	0,20	1,80	0,26	-0,
0,04	-0,01	-0,01	0,02	-0,02	-0,00	0,04	-0,12	0,20	1,79	0,
-0,05	0,03	-0,01	-0,01	0,01	0,01	-0,00	0,06	-0,13	0,21	1,

Tableau 3. La matrice $\begin{bmatrix} U_i^n & V_i^n \\ X_i^n & Y_i^n \end{bmatrix}$ calculée pour

$a = 1,441098 \qquad k = 1,0$

$b = 3,458634 \qquad \beta_n = 1,0$

Ensuite nous avons calculé la valeur du déterminant pour les mêmes données, mais avec les indices variables de $K = L = 0$ à $K = L = 15$. Le déterminant est obtenu par "triangularisation" de la matrice, ce qui est une méthode de précision. Le tableau 4 montre que la convergence du déterminant est très mauvaise.

La convergence de la fréquence $\omega = k$ pour une vitesse de phase prescrite (β_o) a été étudiée pour le même guide en fonction des indices maximaux. Le tableau 5 montre également une convergence très lente de k, bien que sa valeur même soit déjà assez bonne, comparée à la valeur expérimentale de $k = 1{,}00985$. La discontinuité de la différence entre $K = L = 5$ et $K = L = 6$ peut être attribuée au fait que les fonctions de BESSEL et NEUMANN doivent être remplacées par leurs expressions asymptotiques, si l'argument est plus grand que 50. L'instabilité numérique de la différence provient de la précision limitée dans le calcul du déterminant. La limite de k calculé est inférieure à sa valeur mesurée avec grande précision. Il semble donc que la valeur calculée ne puisse pas représenter une limite supérieure. Mais il faut remarquer que les dimensions du guide ne sont pas connues avec une précision comparable.

Ensuite nous avons étudié la convergence de k si $K \neq L$ (tableau 6) et on peut conclure que la meilleure approximation est obtenue pour $K = L$. En plus on voit immédiatement que l'élimination des coefficients de la région II ne conduit plus à une limite supérieure si $K < L$.

Les diagrammes de dispersion pour les deux bandes passantes les plus basses du mode déflecteur HEM_1 ont été calculés avec $K = L = 5$. La comparaison avec les résultats expérimentaux (Fig. 4) montre une erreur maximale de $\Delta k < 5 \times 10^{-4}$ pour HEM_{11} et $\Delta k < 2 \times 10^{-2}$ pour HEM_{12} dans toute la bande passante.

K = L	Δ_n	Quotient
0	$0,177 \times 10^{1}$	
		3,38
1	$0,598 \times 10^{1}$	
		8,08
2	$0,483 \times 10^{2}$	
		8,28
3	$0,400 \times 10^{3}$	
		8,55
4	$0,342 \times 10^{4}$	
		8,80
5	$0,301 \times 10^{5}$	
		9,00
6	$0,271 \times 10^{6}$	
		9,04
7	$0,245 \times 10^{7}$	
		9,31
8	$0,228 \times 10^{8}$	
		9,12
9	$0,206 \times 10^{9}$	
		8,98
10	$0,185 \times 10^{10}$	
		9,03
11	$0,167 \times 10^{11}$	
		9,10
12	$0,152 \times 10^{12}$	
		9,09
13	$0,138 \times 10^{13}$	
		9,06
14	$0,125 \times 10^{14}$	
		9,05
15	$0,113 \times 10^{15}$	

Tableau 4. Convergence du déterminant de la matrice juxtaposée pour

$a = 1,441098$ $\quad k = 1,0$

$b = 3,458634$ $\quad \beta_o = 1,0$

$w = \pi/2$

$d = 1,256637$

K = L	k	Différence
0	1,030854	
		17920
1	1,012934	
		1735
2	1,011199	
		752
3	1,010447	
		276
4	1,010171	
		2
5	1,010169	
		-71
6	1,010240	
		76
7	1,010164	
		155
8	1,010009	
		111
9	1,009898	
		86
10	1,009812	
		58
11	1,009754	
		16
12	1,009738	
		21
13	1,009717	
		31
14	1,009686	
		23
15	1,009663	

Tableau 5. Convergence du nombre d'onde k en fonction de K = L dans un guide avec

a = 1,441098
b = 3,458634
w = $\pi/2$
d = 1,256637
β_o = 1

La valeur expérimentale est de k = 1,00985

K/L	0	1	2	3	4	5
0	1,0193	0,9950	0,9947	0,9946	0,9946	0,9946
1	1,0120	1,0015	0,9989	0,9986	0,9985	0,9984
2	1,0111	1,0003	0,9998	0,9993	0,9991	0,9990
3	1,0110	1,0001	0,9992	0,9990	0,9989	0,9989
4	1,0109	1,0000	0,9992	0,9990	0,9988	0,9987
5	1,0109	1,0000	0,9993	0,9991	0,9990	0,9988

Tableau 6. Convergence du nombre d'onde k en fonction de K et L dans un guide avec les dimensions

$\hat{a} = 1,474559$

$b = 3,493615$

$w = \pi/2$

$d = 1,256029$

La valeur expérimentale est de $k = 0,9999$

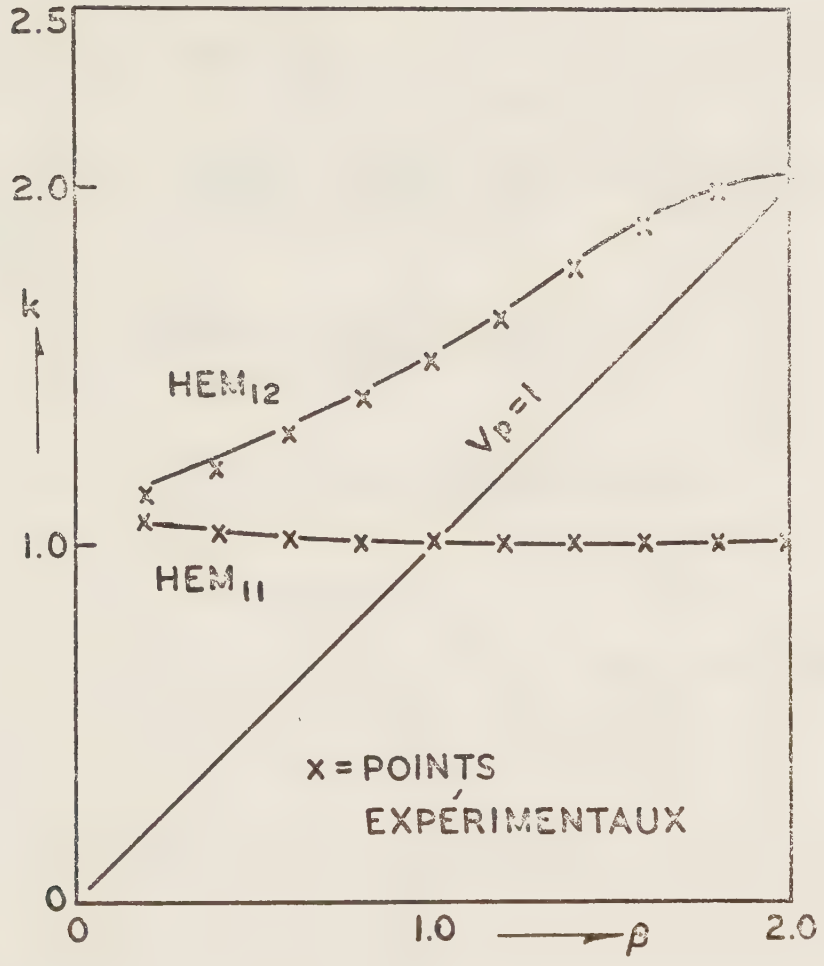


Fig. 4. Diagramme de dispersion du mode HEM_1 pour

a = 1,441098

b = 3,458634

w = π/2

d = 0,8 × π/2

III.7. Une première approximation

Il est souvent très utile de disposer d'une solution analytiquement simple, donnant des conclusions qualitatives. Cette première approximation s'obtient en faisant $K = L = 0$, ce qui équivaut à ne prendre que les solutions dominantes HM_1 et TE_1 dans la région I et TM_1 dans la région II. La matrice juxtaposée se réduit à quatre éléments:

$$U_o^o = 1 + \frac{d}{w} C_{oo}^2 \frac{\gamma_o a \, F(\gamma_o a)}{J_1(\gamma_o a)} \frac{Z(ka)}{ka \, Z'(ka)} \tag{1}$$

$$V_o^o = - \frac{d}{w} C_{oo}^2 \beta_o a \frac{J_1(\gamma_o a)}{\gamma_o a \, J_1'(\gamma_o a)} \frac{Z(ka)}{ka \, Z'(ka)} \tag{2}$$

$$X_o^o = \beta_o a \frac{J_2(\gamma_o a)}{\gamma_o a \, J_1(\gamma_o a)} \tag{3}$$

$$Y_o^o = 1 \tag{4}$$

La condition de fréquence approchée est alors donnée par

$$U_o^o \, Y_o^o - V_o^o \, X_o^o = 0 \tag{5}$$

Après quelques calculs élémentaires, on en tire l'expression simple

$$\frac{J_1(\gamma_o a)}{\gamma_o a} J_1'(\gamma_o a) + \frac{d}{w} C_{oo}^2 \left[(\beta_o a)^2 \frac{J_2(\gamma_o a)}{(\gamma_o a)^2} J_o(\gamma_o a) - J_1'^2(\gamma_o a) \right] \frac{Z(ka)}{ka \, Z'(ka)} = 0$$

Dans le cas intéressant de la limite $v_p = c$, la condition de fréquence se réduit à

$$1 + \frac{d}{w} C_{oo}^2 \left\{ \frac{(ka)^2}{2} - 1 \right\} \frac{Z(ka)}{ka \, Z'(ka)} = 0 \tag{7}$$

Les coefficients sont alors liés par

$$\frac{ka}{4} a_o + b_o = 0 \tag{8}$$

On pose [III.2.(2)]

$$a_o = ka\ E_o \tag{9}$$

d'où

$$b_o = -\left(\frac{ka}{2}\right)^2 E_o$$

E_o étant le champ électrique équivalent. Les expressions des champs pour le mode déflecteur, dans la région centrale, sont alors données par les expressions, trouvées par MONTAGUE [38]

$$\vec{E} = E_o \begin{bmatrix} j \cos\theta \left\{\frac{(kr)^2}{4} + \frac{(ka)^2}{4}\right\} \\ + \sin\theta \left\{\frac{(kr)^2}{4} - \frac{(ka)^2}{4}\right\} \\ \cos\theta \quad kr \end{bmatrix} e^{-jkz} \tag{10}$$

$$\vec{H} = E_o \begin{bmatrix} - j \sin\theta \left\{\frac{(kr)^2}{4} + 1 - \frac{(ka)^2}{4}\right\} \\ j \cos\theta \left\{\frac{(kr)^2}{4} - 1 + \frac{(ka)^2}{4}\right\} \\ - \sin\theta \quad kr \end{bmatrix} e^{-jkz} \tag{11}$$

Le flux moyen de puissance est donné en première approximation par

$$\bar{S} = \frac{P}{\pi a^2} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{ka}{2}\right)^2 \left\{\frac{4}{3}\left(\frac{ka}{2}\right)^2 - 1\right\} E_o^2 \tag{12}$$

Il est négatif, c'est-à-dire le mode est inverse, si

$$ka < \sqrt{3} \tag{13}$$

L'impédance série du guide est donnée par

$$Z \approx \frac{24}{\pi a^2 (ka)^2 \{(ka)^2 - 3\}} \tag{14}$$

Les expressions du champ dans la région II sont données en première approximation par

$$\vec{E}^{II} = c_o \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos\theta \, \frac{Z(kr)}{Z'(ka)} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\vec{H}^{II} = c_o \begin{bmatrix} -j \sin\theta \, \frac{Z(kr)}{kr \, Z'(ka)} \\ -j \cos\theta \, \frac{Z'(kr)}{Z'(ka)} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

En s'appuyant sur la relation III.4.(17) on voit aisément que

$$c_o = \left\{1 - \frac{(ka)^2}{2}\right\} C_{oo} \, E_o \tag{17}$$

Il est possible de donner une interprétation physique des équations obtenues en première approximation. Dans un guide à iris infiniment minces et à pas très petit devant la longueur d'onde, on a

$$\frac{d}{w} \to 1 \qquad \text{et} \qquad C_{oo} \to 1 \tag{18}$$

Dans un tel guide, l'influence des harmoniques d'espace est complètement négligeable. Les iris se comportent comme un conducteur anisotrope mais

non-périodique. L'équation

$$X_o^o \, a^o + Y_o^o \, b^o = 0 \tag{19}$$

est alors obtenue en imposant la condition aux limites $E_\theta = 0$ sur $r = a$ aux deux solutions dans la région centrale. Les deux solutions sont couplées par la paroi et forment un mode hybride. La deuxième équation

$$U_o^o \, a^o + V_o^o \, b^o = 0 \tag{20}$$

est donnée par un raccordement d'impédance sur la surface $r = a$ suivant la relation

$$\frac{E_z^I}{H_\theta^I} = \frac{E_z^{II}}{H_\theta^{II}} \tag{21}$$

c_o est trouvé en imposant la continuité de H_θ pour $r = a$. Les courants dans les iris assurent la continuité de la composante H_z.

La précision de la première approximation à été testée sur deux guides à rayons de trou différents, dont les diagrammes ont été calculés et comparés avec les résultats expérimentaux (Fig. 5). On voit que la première approximation donne des résultats qualitativements corrects. En particulier, se trouve vérifié le caractère dégénéré du mode direct, qui avait initialement suscité beaucoup de discussions à propos de la nature du mode déflecteur, discussions dont quelques rapports sont le témoignage [17,25].

La vitesse de groupe et le flux de puissance sont surtout fonctions du rayon a. La première approximation montre qu'un changement de signe devrait avoir lieu pour $ka = \sqrt{3}$, mais en pratique on trouve la valeur critique $ka \cong 1{,}57$ pour le mode $\pi/2$ [39 et chapitre A.6]. En choisissant une valeur moyenne $\langle a \rangle$ pour le rayon, conduisant à une vitesse de groupe correcte, on peut calculer la dispersion et l'impédance série avec meilleure précision. Nous posons (mode $\pi/2$):

$$\langle a \rangle = \frac{\sqrt{3}}{1{,}57} \, a \tag{22}$$

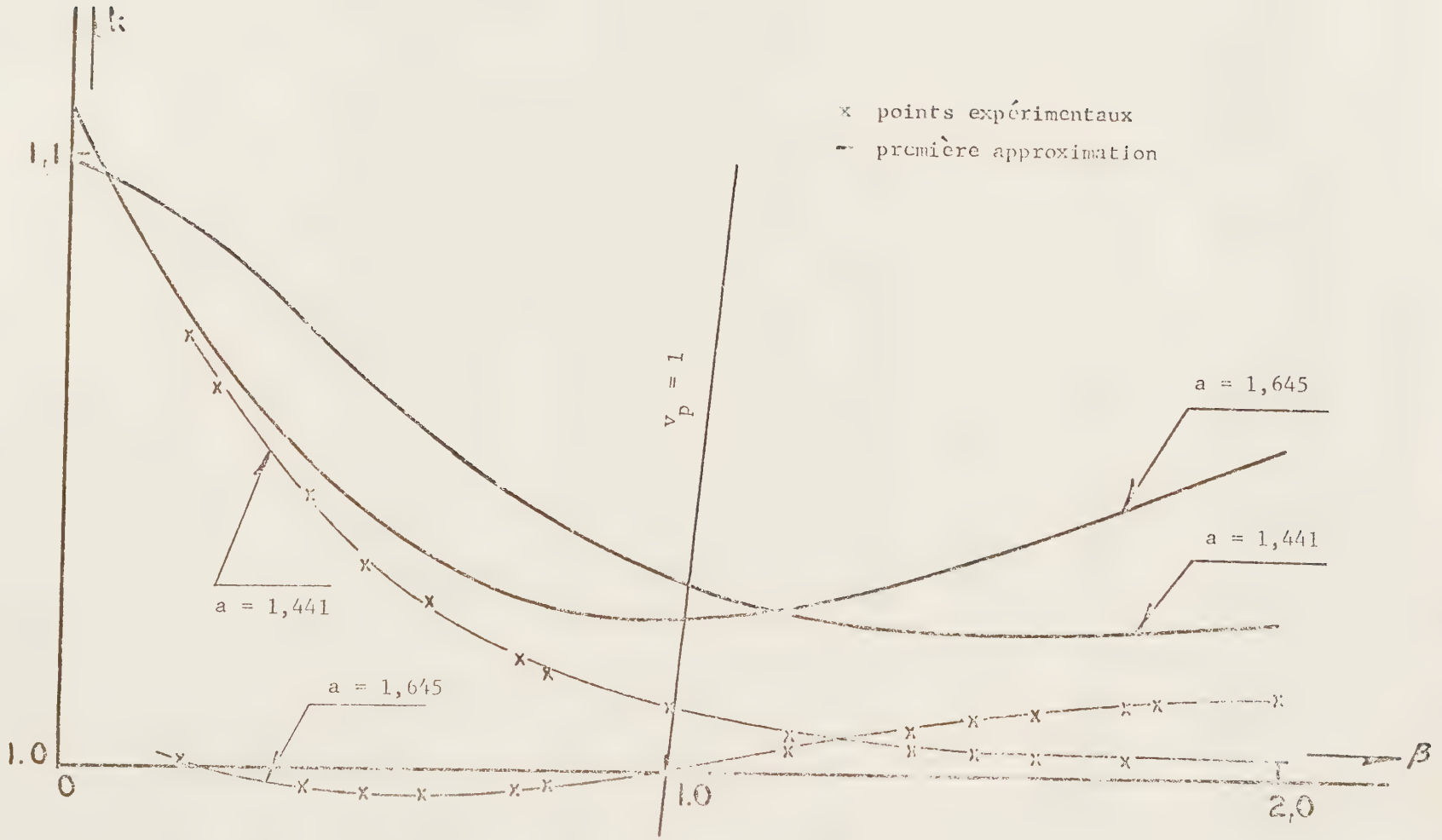


Fig. 5. Diagramme de dispersion pour le mode HE_{11}

b = 3,459

L'équation (12) peut alors s'écrire:

$$\frac{\bar{S}}{E_o^2} = \sigma = \frac{1}{8} (k\langle a\rangle)^2 \left\{\frac{1}{3} (k\langle a\rangle)^2 - 1\right\} \qquad (23)$$

A titre d'exemple nous calculons σ pour les deux structures de la Fig. 5 en utilisant l'équation (23):

1): $a = 1{,}441$ $\quad \langle a\rangle = 1{,}590$ $\quad \sigma = -0{,}050$

2): $= 1{,}645$ $\quad = 1{,}816$ $\quad = +0{,}059$

La valeur exacte (cf. V.2) pour σ est

1): $\sigma = -0{,}0379$

2): $= +0{,}0481$

L'erreur est de l'ordre de 25%.

De la même façon, nous comparons les diagrammes de dispersion, calculés pour les données:

1): $a = 1{,}441$ pour $K = L = 4$

$\langle a\rangle = 1{,}590$ $\quad K = L = 0$

$a = 1{,}441$ $\quad K = 0 = 0$

2): $a = 1{,}645$ pour $K = L = 4$

$\langle a\rangle = 1{,}816$ $\quad K = L = 0$

$a = 1{,}645$ $\quad K = L = 0$

On voit sur la figure 6, que la première approximation (0;0) est également améliorée en prenant le rayon moyen $\langle a\rangle$.

Fig. 6. Les diagrammes de dispersion calculés en première approximation (0;0) et comparés avec les diagrammes exactes (4;4) pour

b = 3,459

III.8. Identification des différents modes

Les propriétés d'un guide d'onde sont mesurées le plus facilement sur un tronçon de guide transformé en cavité résonnante. La cavité expérimentale est réalisée au moyen d'une série de tubes et iris empilés alternativement les uns sur les autres et serrés entre deux plans de court-circuit (Fig. 7). On obtient ainsi une cavité symétrique de longueur variable. Une cavité plus longue a un meilleur coefficient de surtension: contribution plus faible des pertes dans les court-circuits. Mais dans une cavité trop longue les résonances ne se distinguent plus. Une cavité d'environ 10 iris constitue un choix optimal.

La technique des mesures sur cavités est bien connue. La cavité est excitée par une boucle dans un plan de court-circuit et la détection se fait à l'extrémité opposée. La transmission d'énergie n'est possible que si la fréquence d'excitation est voisine d'une résonance de la cavité. En variant la fréquence d'excitation on obtient tout un spectre de résonances et le problème consiste à déterminer pour une résonance donnée le mode correspondant.

Dans une cavité, les constantes de propagation β sont quantifiées. Soit N le nombre d'iris dans la cavité. Les $N + 1$ valeurs possibles de β_o sont données par

$$\beta_o = \frac{1}{\lambda g} = \frac{n}{N} \frac{\pi}{w}$$

où $n = 0, 1, 2, \ldots N$. Les fréquences de résonance associées k sont des points sur les courbes de dispersion $k = k(\beta)$ des différents modes possibles dans le guide.

La variation suivant z, donnant la valeur de β, est relevée par une mesure de perturbation. Une bille diélectrique est déplacée sur l'axe Oz, et le glissement de fréquence résultant permet de déterminer le nombre de noeuds, d'où on tire le nombre de longueurs d'ondes dans la cavité et, par conséquent, la valeur de β.

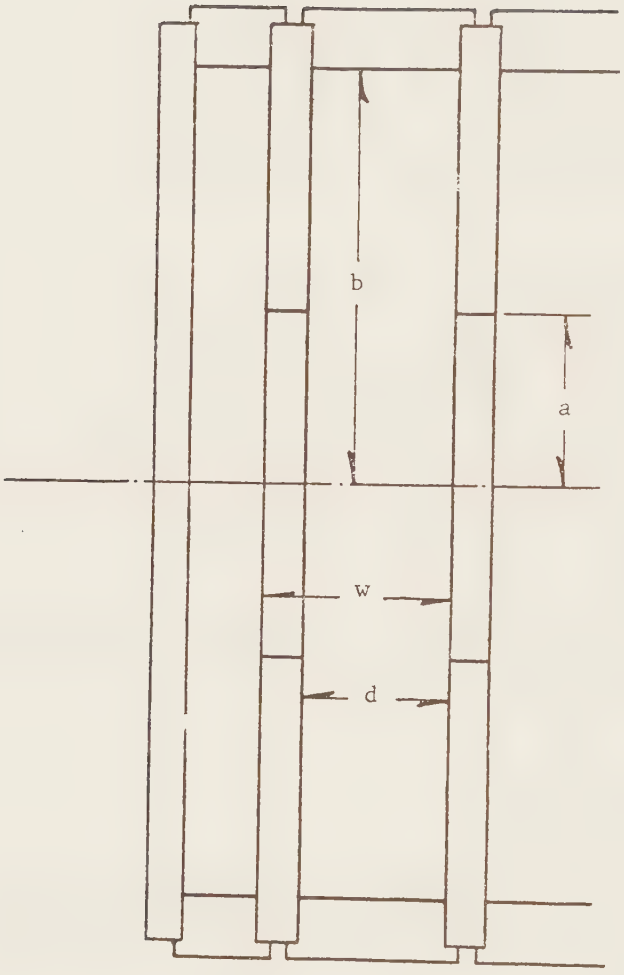


Fig. 7. Le modèle

Un choix judicieux de l'emplacement de la boucle d'excitation et de détection permet d'éliminer a priori certaines configurations des champs.

La variation suivant θ est détectée par une rotation de la boucle de détection et en observant la variation du signal détecté.

Mais en dépit de tous les efforts expérimentaux, il semble impossible de déduire la nature correcte d'une résonance sans avoir recours à une investigation théorique. Les modes hybrides mêmes en sont un bon exemple, car ils étaient considérés comme transverses jusqu'à ce que leur vrai caractère soit prouvé par la théorie.

Les modes possibles dans un guide circulaire à iris sont groupés selon leur variation angulaire $(e^{-j\nu\theta})$ ce que caractérise un premier indice $(\nu = 0, 1, 2, \ldots)$. Chaque groupe comporte une infinité de bandes passantes repérées par un deuxième indice $(m = 1, 2, 3, \ldots)$.

Une première approximation pour les relations de dispersion est facilement obtenue en utilisant le modèle d'un guide à iris infiniment minces et à pas très petit. On trouve pour

- les modes TM_{om} et TE_{om}

$$J_o(\gamma a)\, Z_o'(ka) - \frac{d}{w} C_{oo}^2\, ka \frac{J_o'(\gamma a)}{\gamma \epsilon} Z_o(ka) = 0 \qquad (1)$$

$$J_o'(\gamma a) = 0 \qquad (2)$$

- les modes HEM_{1m}

$$ka \frac{J_1(\gamma a)}{\gamma a} J_1'(\gamma a)\, Z_1'(ka) + \frac{d}{w} C_{oo}^2 \left[(\beta a)^2 \frac{J_2(\gamma a)}{(\gamma a)^2} J_o(\gamma a) - J_1'^2(\gamma a)\right] Z_1(ka) = 0 \qquad (3)$$

- les modes HEM_{2m}

$$ka \frac{J_2(\gamma a)}{(\gamma a)^2} \frac{J_2'(\gamma a)}{\gamma a} Z_2'(ka) + \frac{d}{w} C_{oo}^2 \left\{(\beta a)^2 \frac{J_3(\gamma a)}{(\gamma a)^3} \frac{J_1(\gamma a)}{(\gamma a)} - \left[\frac{J_2'(\gamma a)}{\gamma a}\right]^2\right\} Z_2(ka) = 0 \qquad (4)$$

On vérifie facilement que les relations de dispersion de tous les modes possibles (TM_o, TE_o et HEM_ν) sont données en première approximation par l'expression unique ($\nu \geq 0$)

$$\frac{J_\nu(\gamma a)}{(\gamma a)^\nu} \quad \frac{J'_\nu(\gamma a)}{(\gamma a)^{\nu-1}} +$$

$$+ \frac{d}{w} C_{oo}^2 \left\{ (\beta a)^2 \frac{J_{\nu+1}(\gamma a)}{(\gamma a)^{\nu+1}} \frac{J_{\nu-1}(\gamma a)}{(\gamma a)^{\nu-1}} - \left[\frac{J'_\nu(\gamma a)}{(\gamma a)^{\nu-1}} \right]^2 \right\} \times \frac{Z_\nu(ka)}{ka\ Z'_\nu(ka)} = 0 \qquad (5)$$

où

$$k = \omega/c \ ; \quad \beta = \omega/v_p \ ; \quad \gamma^2 = k^2 - \beta^2$$

$$Z_\nu(ka) = J_\nu(ka)\ Y_\nu(kb) - J_\nu(kb)\ Y_\nu(ka)$$

$$Z'_\nu(ka) = J'_\nu(ka)\ Y_\nu(kb) - J_\nu(kb)\ Y'_\nu(ka)$$

$$C_{oo} = \frac{\sin(\beta d/2)}{(\beta d/2)}$$

Dans le cas des modes à symétrie de révolution ($\nu = 0$), l'équation (5) se décompose toujours en deux équations indépendantes (1) et (2) correspondant aux modes TM_o et TE_o. Ainsi se trouve confirmé le fait que les modes sans variation angulaire sont toujours purement transverses.

Les modes supérieurs ($\nu > 0$) ne donnent lieu à deux solutions indépendantes qu'à la coupure, c'est-à-dire pour $\beta = 0$ et $\gamma = k$. Près de la coupure, les modes hybrides sont essentiellement transverses avec les conditions de fréquence:

$$TM_\nu : \qquad J_\nu(ka) - \frac{d}{w} C_{oo}^2\ J'_\nu(ka)\ \frac{Z_\nu(ka)}{Z'_\nu(ka)} = 0 \qquad (6)$$

$$TE_\nu : \qquad J'_\nu(ka) = 0 \qquad (7)$$

Les diagrammes de dispersion pour les modes les plus bas (TM_{01}, TM_{02}, HEM_{11}, HEM_{12}, HEM_{21}) ont été calculés en première approximation pour un guide avec les cotes

$$a = 1{,}447$$
$$b = 3{,}491$$
$$w = \pi/2$$
$$d = 1{,}257$$

La figure 8 permet de comparer les résultats expérimentaux aux prévisions théoriques. On en tire plusieurs conclusions.

- A la fréquence d'utilisation du guide déflecteur, k = 1, le seul mode possible est le mode déflecteur HEM_{11}.
- Le mode TE_1 (du mode HEM_1 à la coupure) devrait avoir un H_z = constant sur l'axe et ne peut pas exister dans une cavité.
- Le mode TM_{02} qui, en général, est présenté comme un mode inverse est manifestement un mode direct.
- Pour le mode HEM_{21}, la mesure de perturbation axiale a manqué à donner les valeurs de β_n, le champ électrique sur l'axe étant nul. La bande passante mesurée s'étend de k = 1,385 à 1,450.
- L'existence du mode TE_0 n'a pas été verifiée expérimentalement, la fréquence théorique k = 2,65 étant trop élevée.

III.9. Considérations pratiques sur un déflecteur

On dispose de quatre paramètres géometriques (a, b, w, d) pour construire un déflecteur, qui doit répondre aux conditions suivantes:

- vitesse de phase correcte pour la fréquence de fonctionnement désirée,
- déflection maximale pour la puissance disponible,
- acceptance suffisante pour le faisceau de particules,
- vitesse de groupe fixée,
- simplicité de construction.

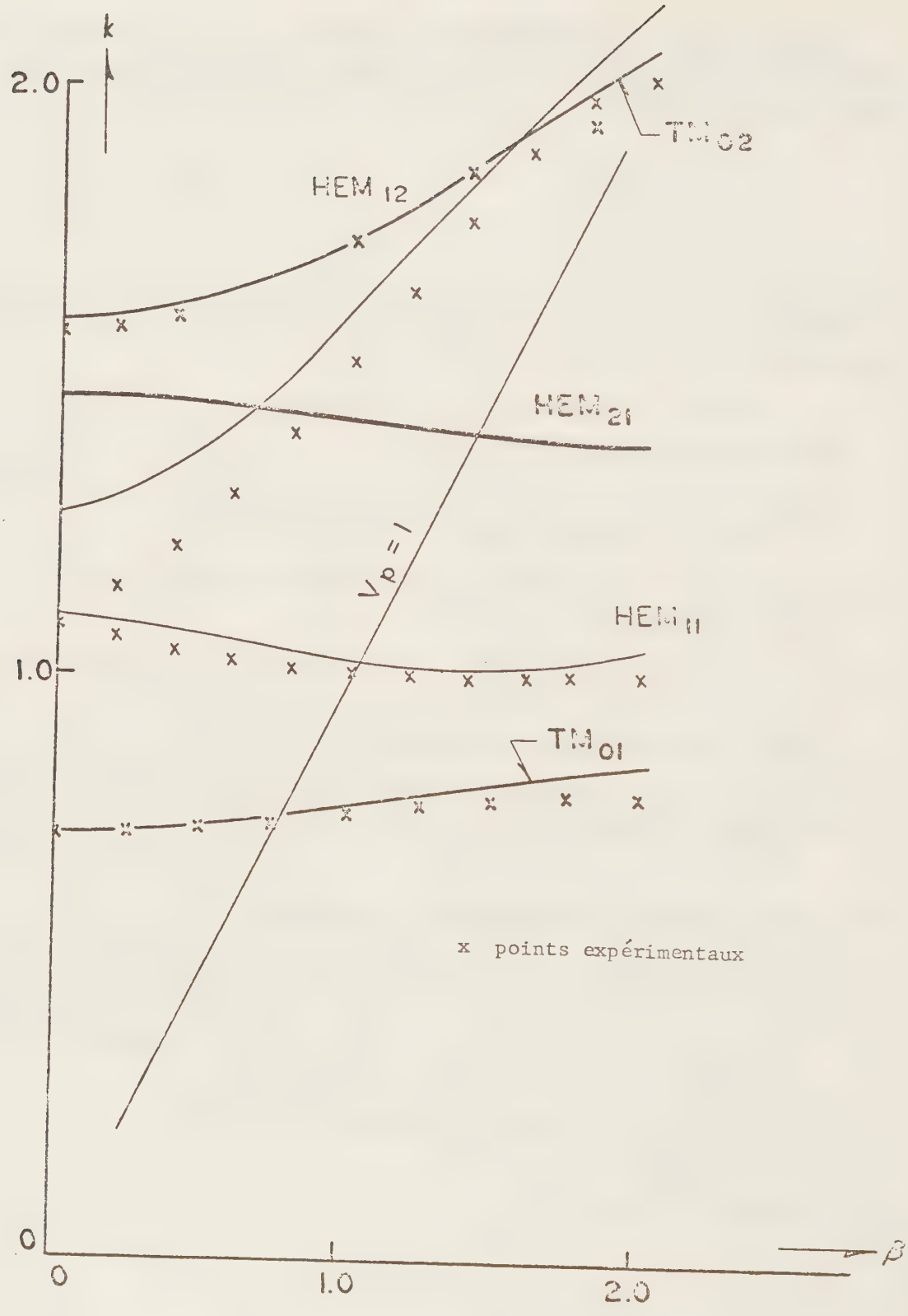


Fig. 8. Comparaison des diagrammes de dispersion théoriques et expérimentaux des modes TM_{om} et $HEM_{\nu m}$ dans un guide déflecteur.

Rendre optimale la structure d'un déflecteur n'est pas une tâche facile et très souvent on se contente de trouver une solution approchée. En utilisant l'expérience acquise dans les accélérateurs à électrons, on pourrait procéder de la façon suivante.

Le guide fonctionnera selon le mode $\pi/2$, $2\pi/3$, ou π. Le mode π est exclu si l'on veut travailler en onde progressive. Le choix entre les modes $\pi/2$ et $2\pi/3$ résulte d'un compromis: Pour une vitesse de groupe donnée, le mode $2\pi/3$ donnera une plus grande déflexion, mais le mode $\pi/2$ a une plus grande acceptance. Nous avons choisi le mode $\pi/2$, ce qui fixe $w = \pi/2$.

On peut travailler en onde directe ou inverse. Une vitesse de groupe $v_g > 0$ entraîne une dégénérescence de la dispersion, rendant l'excitation du mode utile très délicate. Nous avons donc préféré travailler en onde inverse malgré l'acceptance réduite.

La vitesse de groupe détermine la déflexion maximale, le temps de remplissage et les tolérances mécaniques. Pour obtenir la plus grande déflexion, on aurait intérêt à travailler avec un $|v_g|$ très petit, mais en général on prend $|v_g|$ entre 0,005 et 0,02. Nous avons choisi une valeur plutôt prudente de $v_g = - 0{,}02$.

L'épaisseur des iris, qui devrait être la plus petite possible, est limitée par leur rigidité mécanique et nous avons pris une valeur de $0{,}2 \times w$.

Supposons qu'on ait déjà trouvé, d'une façon ou d'une autre, un ensemble de paramètres presque corrects. On doit alors souvent changer soit:

- la fréquence pour laquelle $v_p = 1$, ce qui est possible par une variation du rayon b du guide selon la loi expérimentale

$$\frac{\Delta k}{\Delta b} = - 0{,}26 \qquad (1)$$

- la vitesse de groupe, ce qui est possible en variant le rayon a du trou de l'iris selon la loi calculée

$$\frac{\Delta v_g}{\Delta a} = 0{,}15 \qquad (2)$$

Un changement du rayon a produit également une variation de la valeur

de k qui donne $v_p = 1$. Dans notre guide, on obtient:

$$\frac{\Delta k}{\Delta a} = - 0,06 \qquad (3)$$

Pour éviter les claquages il faut que les bords des iris soient arrondis (Fig. 9). Cela augmente également le coefficient de surtension

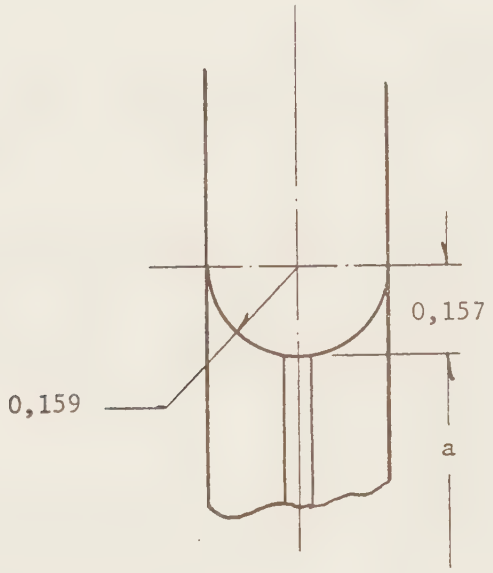


Fig. 9. Iris à bords arrondis

du guide. La forme arrondie des iris change aussi la courbe de dispersion (Fig. 10). On peut en tenir compte en prenant dans les calculs un rayon effectif $\hat{a}$ qui est plus grand que le rayon géométrique a. La théorie des perturbations donne

$$\hat{a} = a + (1 - \pi/4)(w - d)/2 \qquad (4)$$

Dans un guide parfaitement circulaire, la direction de polarisation du mode déflecteur est arbitraire. Une perturbation quelconque est apte à

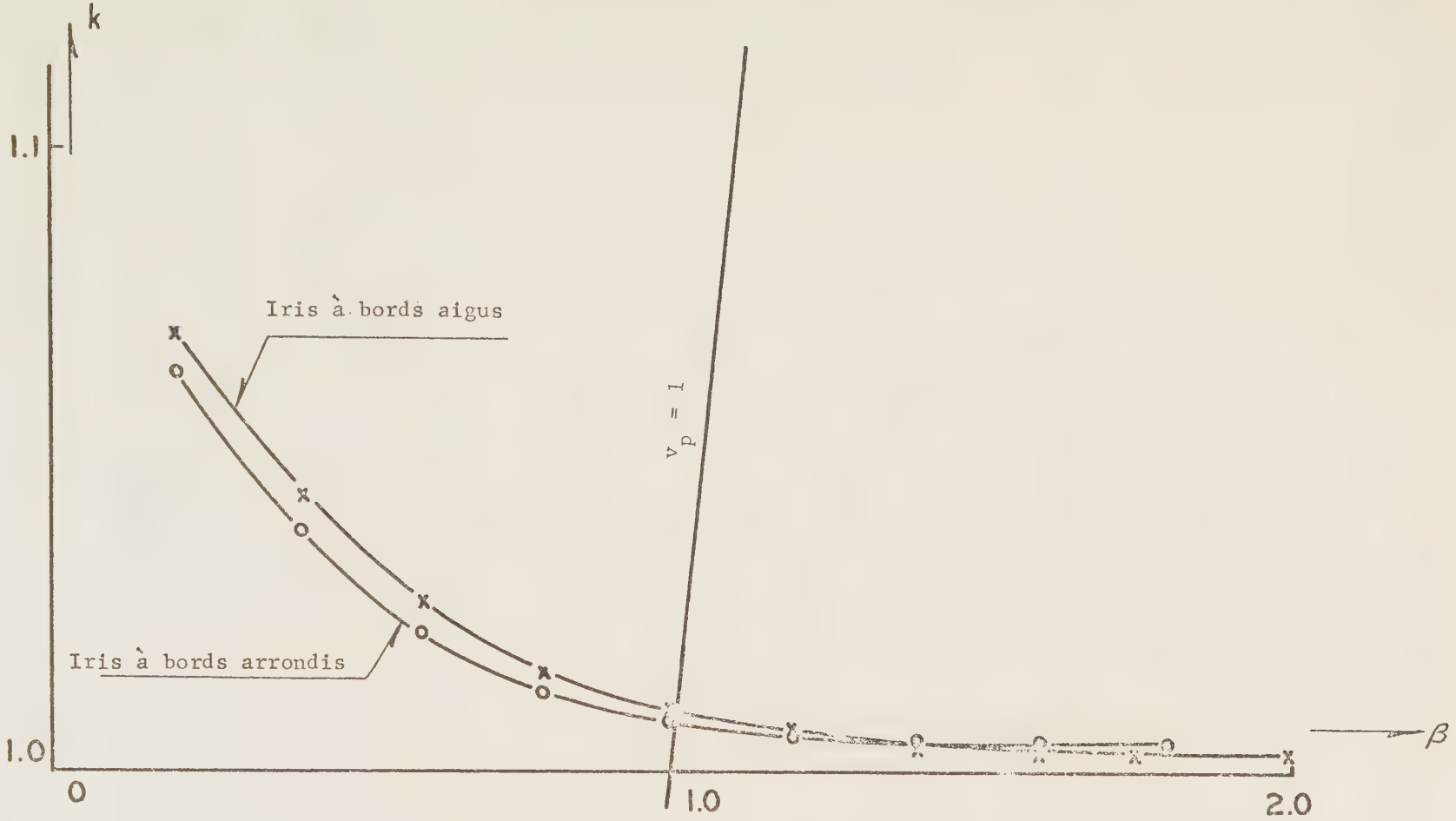


Fig. 10. Diagramme de dispersion pour les iris à bords arrondis.

a = 1,441

b = 3,459

w = 1,57.

d = 1,257

produire une rotation de la polarisation. Pour l'éviter on a conçu au CERN un guide aplati (Fig. 11). La dégénérescence étant levée, le

Fig. 11. Guide aplati.

diagramme de dispersion comprend maintenant deux branches liées aux deux polarisations possibles (Fig. 12). A la fréquence de fonctionnement, il ne peut exister que le mode appartenant à la branche inférieure. L'influence de l'aplatissement sur la branche inférieure est négligeable. La fréquence k pour laquelle $\beta = 1$ change de $\Delta k = 4 \times 10^{-5}$.

Les guides aplatis sont facilement construits par galvanoplastie. La construction par brasure demande d'autres méthodes, dont une a été suggérée au laboratoire de l'E.N.S. à Orsay [18]. Cette méthode, utilisant des

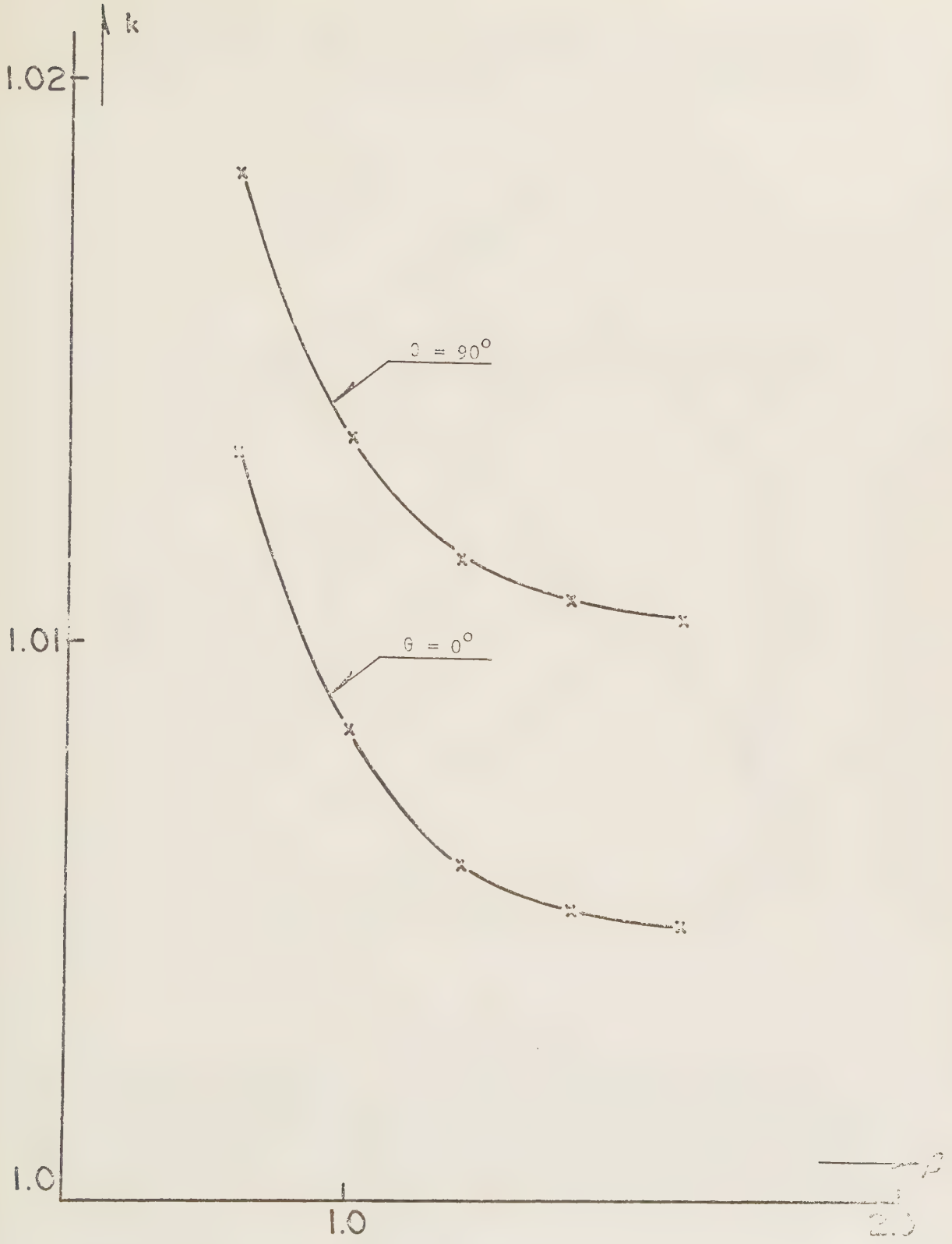


Fig. 12. Polarisation du mode HEM_1 dans un guide aplati

a = 1,441
b = 3,459
w = 1,571
d = 1,257

trous dans l'iris (Fig. 13) ne donne un écartement suffisant entre les branches que dans le cas d'un guide en $2\pi/3$. Mais elle a toujours

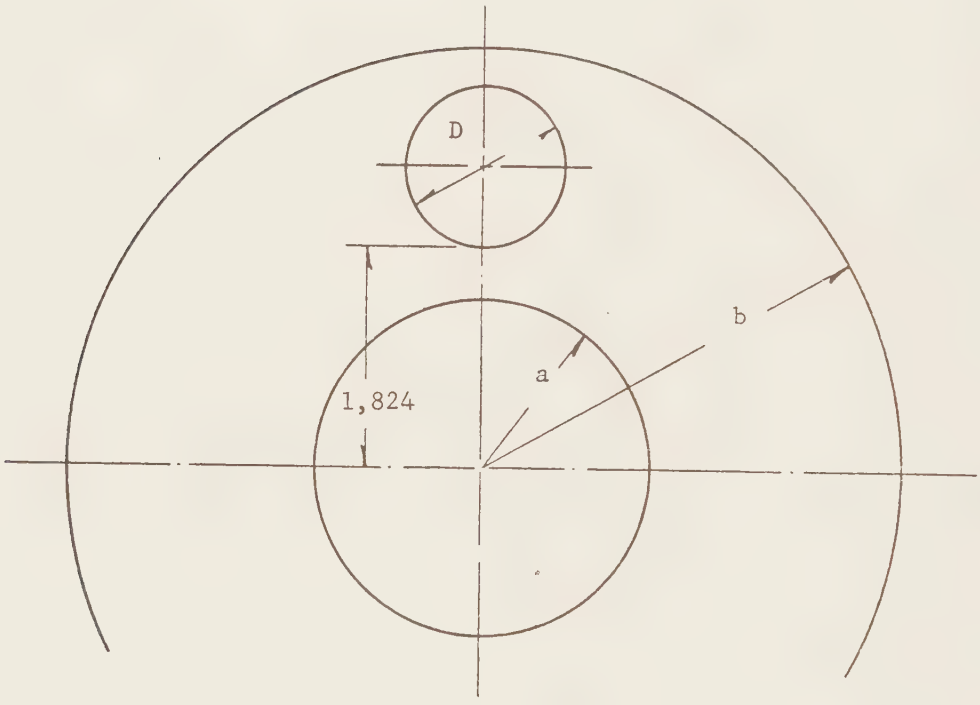


Fig. 13. Géométrie des trous stabilisateurs.

l'inconvénient de changer également la branche inférieure (Fig. 14). En plus, on a trouvé expérimentalement à l'Université de Stanford [15], que les trous réduisent le coefficient de surtension de 10%.

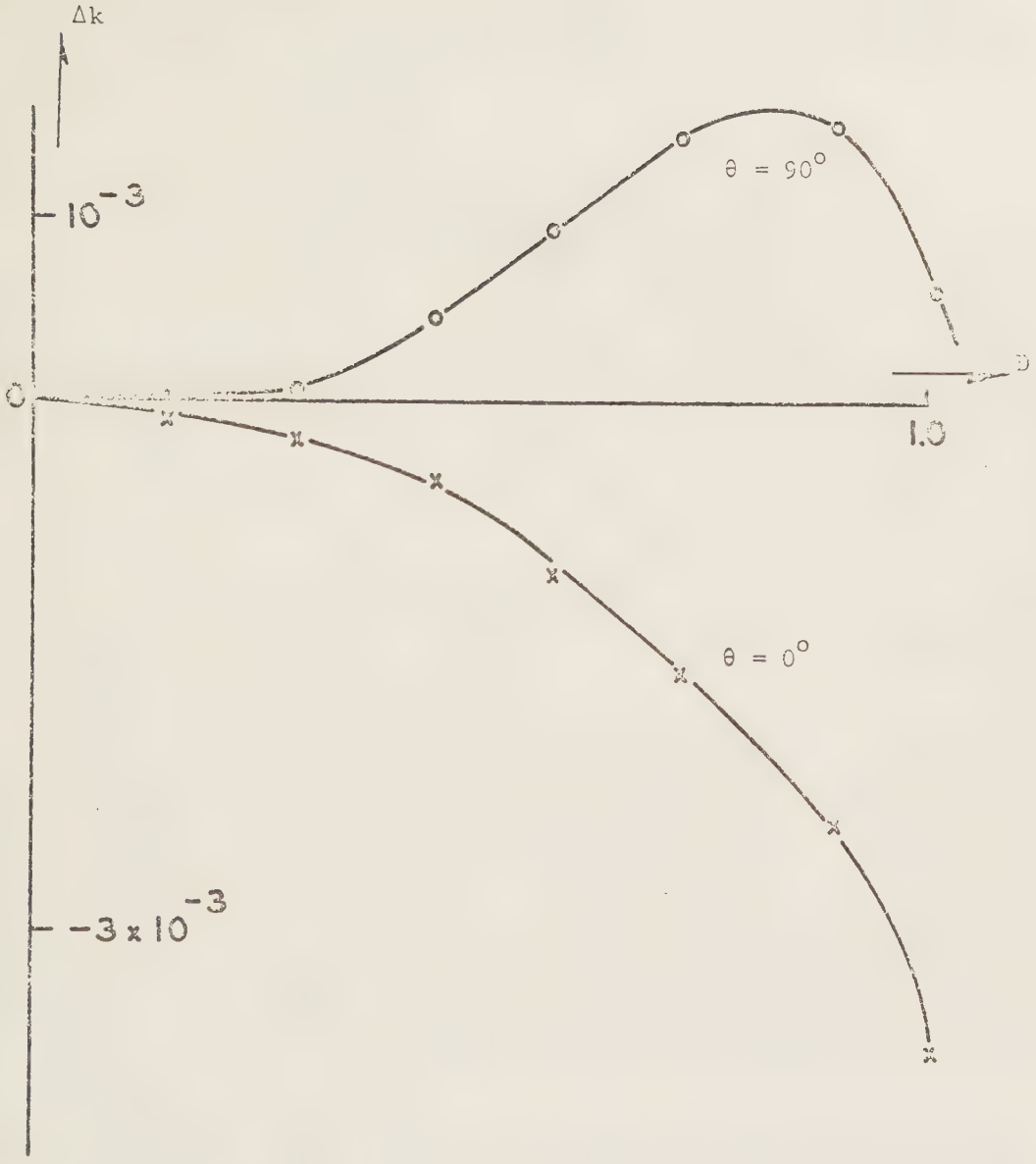


Fig. 14. Influence des trous sur la fréquence pour laquelle $\beta = 1,0$.

Des stabilisateurs de mode simples et efficaces sont formés par des tiges métalliques placées à travers les iris (Fig. 15). La construction

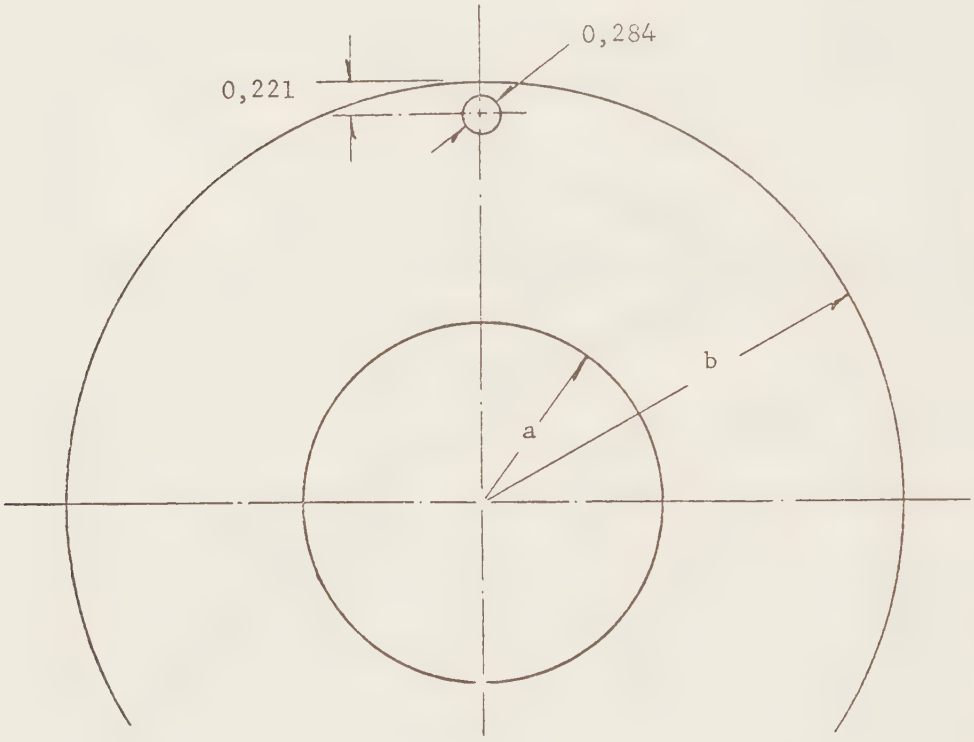


Fig. 15. Géométrie des tiges stabilisatrices

par brasure est restée très simple et la répercussion des tiges sur la courbe de dispersion est négligeable ($\Delta k < 10^{-4}$), ce qui évite la nécessité de tolérances serrées sur leur emplacement.

Le guide déflecteur construit d'après ces principes devrait avoir une fréquence de fonctionnement

$$f_o = 1,0 \mathrel{\hat{=}} 2856,451 \text{ Mc}$$

pour les cotes

$$a = 1{,}440784 \hat{=} \frac{1}{2} \times 1{,}8950 \times 2{,}54 \text{ cm}$$

$$b = 3{,}493615 \hat{=} \frac{1}{2} \times 4{,}5950 \times 2{,}54 \text{ cm}$$

$$w = 1{,}570796 \hat{=} 1{,}033 \times 2{,}54 \text{ cm}$$

$$d = 1{,}256029 \hat{=} 0{,}826 \times 2{,}54 \text{ cm}$$

Le coefficient de surtension mesuré était de 7700, ce qui est tout-à-fait comparable aux valeurs obtenues dans les autres laboratoires. La fréquence mesurée est de $0{,}999772 \hat{=} 2855{,}8$ Mc dans le vide et pour une température du cuivre de 25°C.

IV. HARMONIQUES D'ESPACE

IV.1. Calcul des harmoniques d'espace

La connaissance des coefficients a_n, b_n, c_m, c'_m, d_m, d'_m est nécessaire pour effectuer une étude théorique de la répartition des champs et pour déterminer la force déflectrice. Le vecteur inconnu (a^n, b^n) est la solution non-triviale du système d'équations homogènes III.5.(5), qui existe si le déterminant de sa matrice est nul. Il y a une infinité de solutions possibles. Tous les vecteurs ont la même "direction" mais une longueur différente, et on peut arbitrairement imposer la condition $a_o = ka$. Une fois a^n et b^n obtenus, les coefficients c^m et d^m sont donnés par les équations III.5.(3) et III.5.(4).

Dans un guide de dimensions

$$a = 1{,}474559$$
$$b = 3{,}493615$$
$$w = \pi/2$$
$$d = 1{,}256029$$

le déterminant s'annule pour $(K = L = 15)$

$$\beta_o = 1{,}0 \quad \text{et} \quad k = 0{,}998251$$

Les coefficients calculés dans ces conditions sont donnés sur le tableau 6. Ils sont normalisés pour donner un champ déflecteur équivalent $E_o = 1$.

Les expressions du champ électrique pour une onde stationnaire prennent la forme

$$E_r = 2a_o \beta_o a \frac{J_2(\gamma_o r)}{\gamma_o a\, J_1(\gamma_o a)} \sin \beta_o z \cos\theta$$

$$- \sum{}' 2a_n \frac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2} \frac{\gamma_n a\, J_1'(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)} \sin \beta_n z \cos\theta$$

$$- \sum 2b_n \frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1'(\gamma_n a)} \sin \beta_n z \cos\theta \qquad (1)$$

$$E_\theta = 2a_o \beta_o a \frac{J_2(\gamma_o r)}{\gamma_o a\, J_1(\gamma_o a)} \sin \beta_o z \sin\theta$$

$$+ \sum{}' 2a_n \frac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2} \frac{\gamma_n a\, J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r\, J_1(\gamma_n a)} \sin \beta_n z \sin\theta$$

$$+ \sum 2b_n \frac{J_1'(\gamma_n r)}{J_1'(\gamma_n a)} \sin \beta_n z \sin\theta \qquad (2)$$

$$E_z = \sum 2a_n \frac{J_1(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)} \cos \beta_n z \cos\theta \qquad (3)$$

La variation radiale de E_z est donnée par

$$k^{-1} \partial_r E_z = \sum 2a_n \frac{\gamma_n a\, J_1'(\gamma_n r)}{ka\, J_1(\gamma_n a)} \cos \beta_n z \cos\theta \qquad (4)$$

avec la notation $\partial_r = \frac{\partial}{\partial r}$

n	a_n	b_n	c_n	c'_n	d_n	d'_n
-15	-0,035	0,001				
-14	-0,022	0,001				
-13	0,083	-0,003				
-12	-0,124	0,004				
-11	0,128	-0,004				
-10	-0,088	0,002				
- 9	0,013	0,002				
- 8	0,125	-0,004				
- 7	-0,209	0,007				
- 6	0,220	-0,009				
- 5	-0,137	0,007				
- 4	-0,034	0,001				
- 3	0,270	-0,021				
- 2	-0,545	0,071				
- 1	0,962	-0,295				
0	1,475	-0,670	-0,248			
+ 1	-0,335	-0,095	-0,058	-0,146	-0,301	-0,397
+ 2	0,048	0,021	0,019	0,019	0,200	0,198
+ 3	0,133	0,001	-0,010	-0,008	-0,158	-0,140
+ 4	-0,222	-0,009	0,006	0,004	0,134	0,113
+ 5	0,221	0,010	-0,004	-0,003	-0,120	-0,097
+ 6	-0,145	-0,007	0,003	0,002	0,112	0,087
+ 7	0,028	0,004	-0,002	-0,001	-0,090	-0,080
+ 8	0,095	-0,001	0,002	0,001	0,083	0,065
+ 9	-0,126	-0,002	-0,002	-0,001	-0,078	-0,060
+10	0,126	0,004	0,002	0,001	0,076	0,057
+11	-0,086	-0,004	-0,002	-0,001	-0,076	-0,056
+12	0,023	0,002	0,002	0,001	0,088	0,059
+13	0,040	-0,001	-0,002	-0,002	-0,103	-0,103
+14	-0,082	-0,001	0,002	0,001	0,088	0,071
+15	0,092	0,002	-0,002	-0,001	-0,079	-0,062

Tableau 6. Coefficients calculés

Notre étude sera limitée dans ce qui suit au cas où la vitesse de phase est suffisamment proche de la vitesse de la lumière pour justifier l'approximation $\gamma \approx 0$ et $\beta_o \approx k$. Les expressions du champ deviennent alors

$$E_r = 2a_o\, ka \left(\frac{r}{2a}\right)^2 \sin kz \cos\theta - \sum' - 2b_o \sin kz \cos\theta - \sum' \qquad (5)$$

$$E_\theta = 2a_o\, ka \left(\frac{r}{2a}\right)^2 \sin kz \sin\theta + \sum' + 2b_o \sin kz \sin\theta + \sum' \qquad (6)$$

$$E_z = 2a_o \frac{r}{a} \cos kz \cos\theta + \sum' \qquad (7)$$

$$k^{-1} \partial_r E_z = 2 \frac{a_o}{ka} \cos kz \cos\theta + \sum' \qquad (8)$$

L'exactitude des coefficients obtenus peut être vérifiée en démontrant numériquement que les conditions aux limites pour E_z et E_θ sont satisfaites sur l'iris $r = a$. A cet effet, les séries suivantes ont été évaluées et représentées sur les figures 16 et 17:

- E_z pour $r = a$ et $\theta = 0^o$

$$E_z = \sum_{-15}^{15} 2a_n \cos \beta_n z \qquad (9)$$

- E_θ pour $r = a$ et $\theta = 90^o$

$$E_\theta = 2\left(a_o \frac{ka}{4} + b_o\right) \sin \beta_o z + \sum_{-15}^{15\,\prime} 2\left\{a_n \frac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2} + b_n\right\} \sin \beta_n z \qquad (10)$$

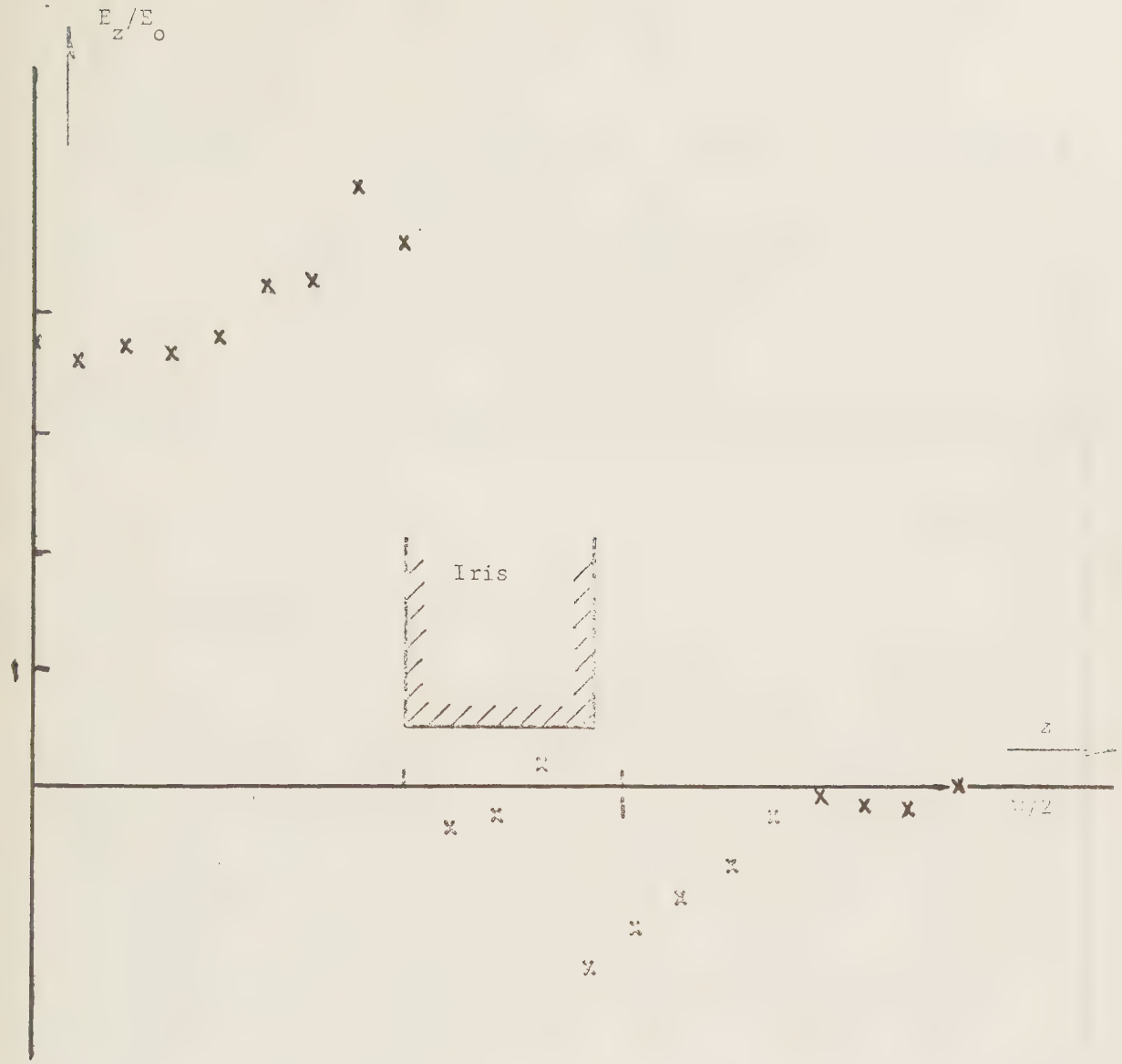


Fig. 16. La composante axiale E_z du champ électrique dans le mode HEM_{11}, calculée pour $r = a$ et $\theta = 0$.

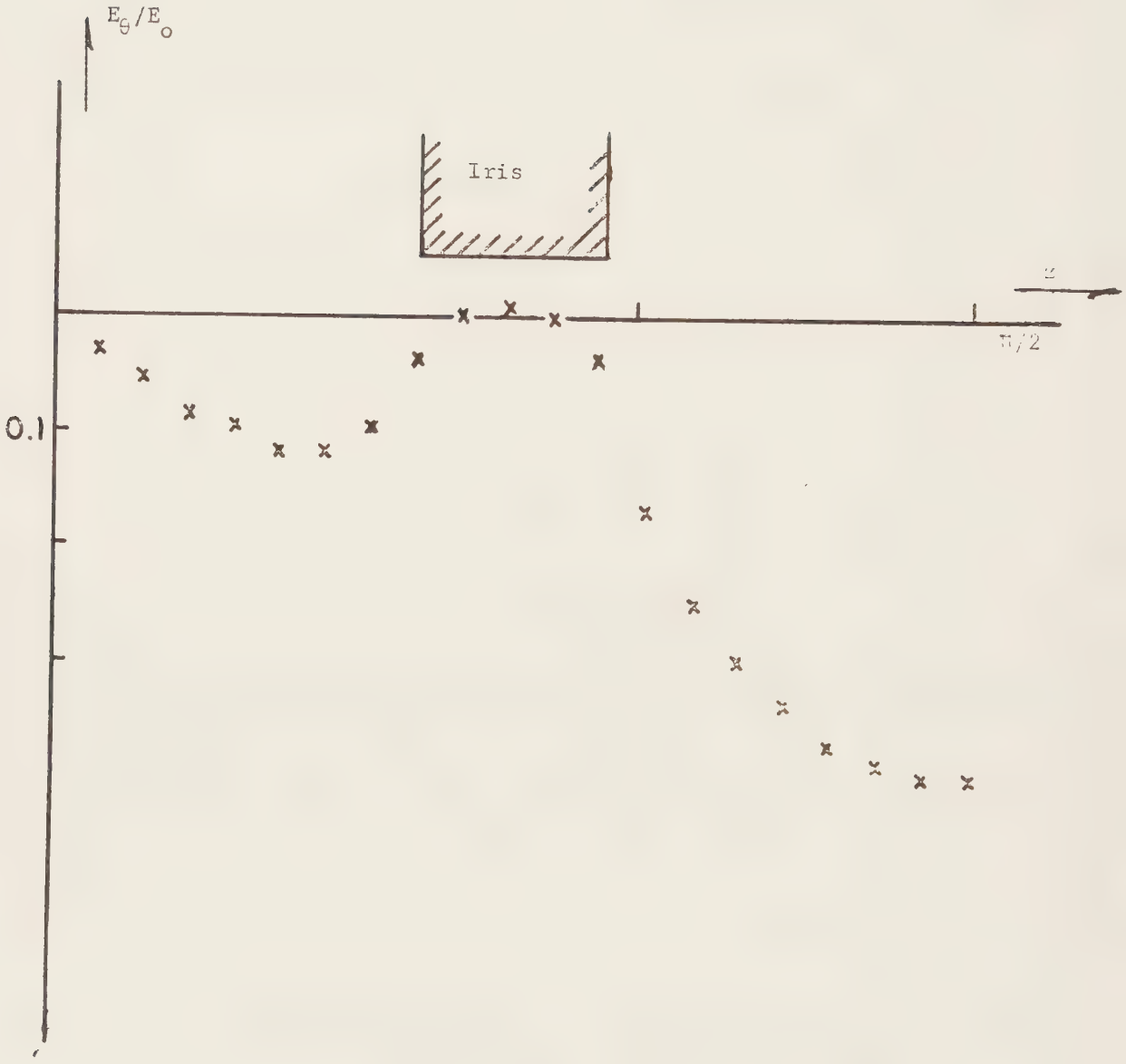


Fig. 17. La composante azimutale E_θ du champ électrique dans le mode HEM_{11}, calculée pour $r = a$ et $\theta = \pi/2$.

On voit, que la courbe $E_z(z)$ a trois zéros et la courbe $E_\theta(z)$ deux zéros sur les iris. Les conditions aux limites sont satisfaites avec une bonne approximation.

Le facteur de correction $2E_o/k^{-1}\,\partial_r E_z$, nécessaire pour la mesure du facteur de mérite R/Q , est donné par

$$\frac{2E_o}{k^{-1}\,\partial_r E_z} = a_o \Big/ \left\{ a_o + \sum{}' \frac{a_n}{2} \frac{\gamma_n a}{J_1(\gamma_n a)} \right\} \qquad (11)$$

Il a dans notre guide la valeur numérique

$$\frac{2E_o}{k^{-1}\,\partial_r E_z} = 0{,}8973$$

IV.2. Techniques de perturbation

Les propriétés d'un guide lisse ou périodique sont mesurées aisément sur un tronçon de guide transformé en cavité résonante. Les mesures du diagramme de dispersion, de la vitesse de phase et vitesse de groupe, du coefficient d'atténuation, de l'impédance shunt, de la répartition des champs, des harmoniques d'espace, se font toutes à l'aide d'une mesure de perturbation. Lorsque un obstacle très petit est introduit dans la cavité, les énergies électrique W_e et magnétique W_m emmagasinées varient de ΔW_e et ΔW_m . Il faut donc que la fréquence de résonance f varie de Δf pour rétablir l'égalité entre énergie électrique et énergie magnétique L'écart Δf est directement donné par la formule de MULLER [3,40]:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta W_e - \Delta W_m}{W_e + W_m} \qquad (1)$$

Un obstacle de volume V , placé dans un champ électrique de valeur initiale E , réduit l'énergie électrique de

$$\Delta W_e = - \varkappa_e V \frac{\vec{E}^* \vec{E}}{4} \qquad (2)$$

La variation de l'énergie magnétique est donnée par

$$\Delta W_m = - \varkappa_m V \frac{\vec{H}^* \vec{H}}{4} \qquad (3)$$

Le facteur de correction $\varkappa$ dépend

- du matériau, de la forme et du volume de l'obstacle,
- de la grandeur et de la répartition du champ avant la perturbation.

L'obstacle est supposé suffisamment petit pour que les effets d'images dans les parois soient négligeables. Si les champs électrique et magnétique agissent concurremment sur l'obstacle, on trouvera l'effet total par superposition [41].

Une première approximation pour $\varkappa_e$ peut être obtenue en se référant au problème électrostatique d'une sphère diélectrique de constante ϵ dans un champ électrique uniforme. SEPTIER [42] montrait que la variation d'énergie électrique est égale à celle d'un moment dipolaire

$$\vec{M} = 3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} V \vec{E} \qquad (4)$$

dans le champ inducteur $\vec{E}$

$$\Delta W_e = - \frac{1}{4} \vec{M}^* \vec{E} = - 3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} V \frac{\vec{E}^* \vec{E}}{4} \qquad (5)$$

d'où

$$\varkappa_e = 3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \qquad \text{(sphère diélectrique)} .$$

Pour une sphère métallique, on fait tendre ϵ vers l'infini:

$$\varkappa_e = 3 \qquad \text{(sphère métallique)} .$$

Pour une sphère métallique dans un champ magnétique on trouve:

$$\varkappa_m = 3/2$$

Les facteurs de correction n obtenus par la théorie simplifiée ne sont pas assez exacts pour être employés dans une mesure absolue telle que la mesure de R/Q . La valeur de n_e pour une sphère métallique doit être déterminée par un étalonnage préalable dans une cavité à répartition de champ simple et calculable, mais proche du mode déflecteur. La constante diélectrique ε d'un matériau n'est pas toujours bien connue et il semble préférable de n'utiliser que des sphères métalliques pour une mesure absolue. Les sphères diélectriques n'ont été employées que pour les mesures relatives.

IV.3. Etalonnage des billes perturbatrices

On utilisait deux billes distinctes pour les mesures de perturbation:

- une sphère en métal: diamètre $\emptyset = 0{,}360$
  volume $V = 2{,}45 \times 10^{-2}$
- une sphère en téflon: diamètre $\emptyset = 0{,}450$
  volume $V = 4{,}79 \times 10^{-2}$
  constante diélectrique $\varepsilon = 2{,}1$

Pour l'application envisagée, les obstacles doivent être calibrés dans une cavité résonante circulaire de rayon b et longueur $\ell = 7{,}021$, excitée sur le mode transverse TM_{110}. Des stabilisateurs de mode angulaires en forme de tiges sont recommandés. S'ils sont correctement placés, leur influence sur l'étalonnage est négligeable.

Les expressions des composantes du champ transverse TM_{110} peuvent s'écrire

$$E_r = 0 \tag{1}$$

$$E_\theta = 0 \tag{2}$$

$$E_z = J_1(kr) \cos\theta \tag{3}$$

$$H_r = -j \frac{J_1(kr)}{kr} \sin\theta \tag{4}$$

$$H_\theta = -j J_1'(kr) \cos\theta \tag{5}$$

$$H_z = 0 \tag{6}$$

La pulsation de résonance $\omega = k$ est donnée par

$$k = \frac{\chi}{b} \tag{7}$$

avec $J_1(\chi) = 0$.

Or $\chi = 3,8317$ et $J_o(\chi) = - 0,4028$

d'où $k = 1,10$

L'énergie électrique emmagasinée est exprimée par l'intégrale

$$W_e = \frac{1}{4} \int E_z^2 \, r \, dr \, d\theta \, dz \tag{8}$$

L'énergie totale emmagasinée $W = 2W_e$ est alors

$$W = \frac{\pi}{4} \ell \, b^2 \, J_o^2(\chi) \tag{9}$$

1) Etalonnage de la bille métallique:

La bille métallique sera utilisée pour déterminer la répartition du champ électrique au voisinage de l'axe. Pour le mode TM_{110} on trouve ($\theta = 0$, $kr \ll 1$):

$$E^2 = \left(\frac{kr}{2}\right)^2 + \ldots \tag{10}$$

$$H^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \ldots \tag{11}$$

Le glissement de fréquence observé en fonction de la position radiale de l'obstacle aura, par conséquent, la forme d'une parabole avec un cercle osculateur ρ . On trouve

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta W_e}{W} = - \frac{V}{2\rho} (kr)^2 \tag{12}$$

En utilisant les résultats expérimentaux représentés sur la Fig. 18 on obtient comme valeur de ρ

$$\rho \approx 20 \pm 2$$

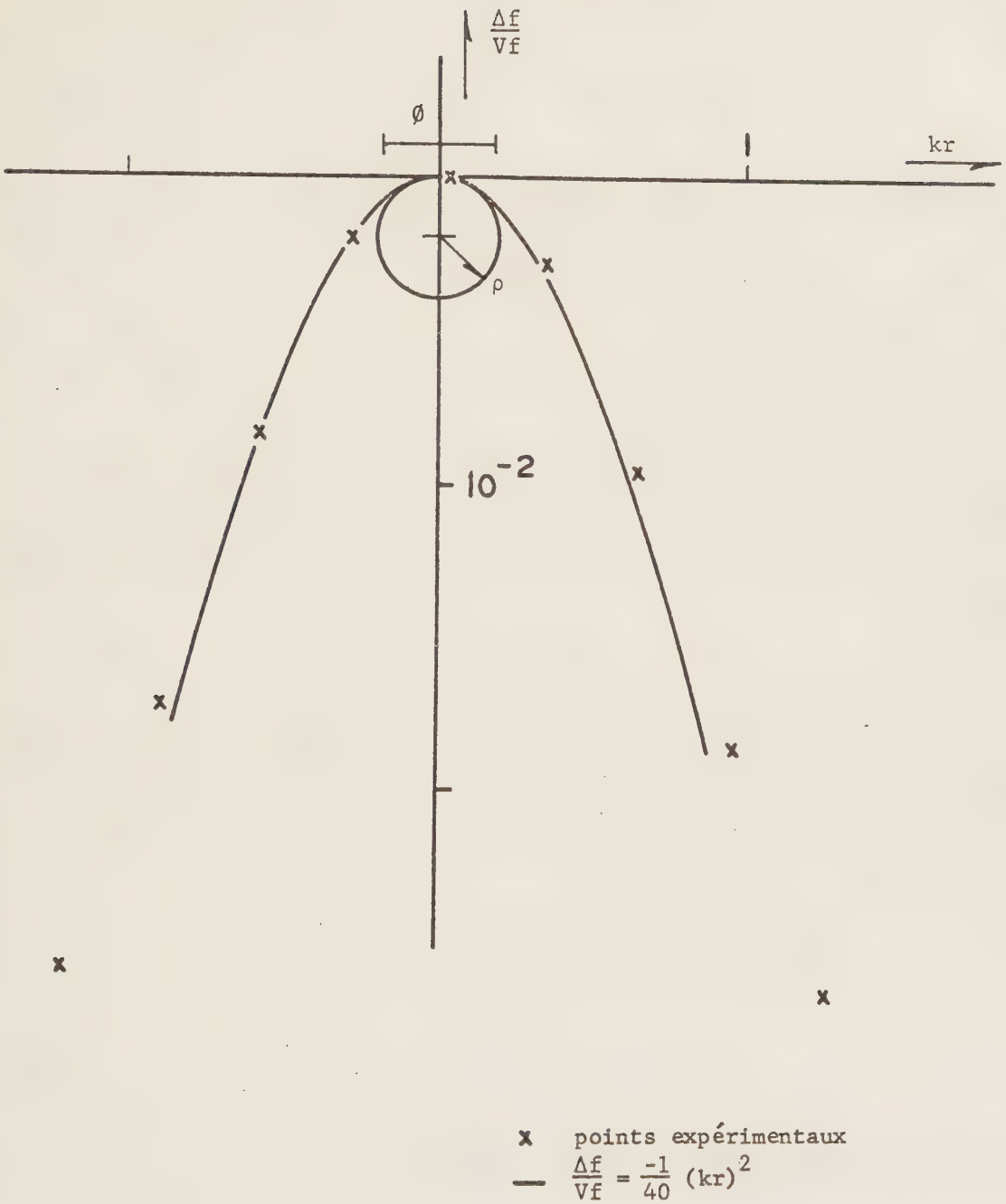


Fig. 18. Etalonnage de la bille métallique dans une cavité TM_{110}

En tenant compte de la définition de ΔW_e par IV.2.(2) et de la relation (10), on trouve

$$\Delta W_e = - \frac{\varkappa_e}{4} V \left(\frac{kr}{2}\right)^2 \tag{13}$$

La combinaison de (9), (12), (13) donne

$$\varkappa_e = 8 \frac{W}{\rho} = 2\pi \ell b^2 J_o^2(\chi)/\rho \tag{14}$$

avec le résultat numérique

$$\varkappa_e = 4,4 \pm 0,4$$

La valeur expérimentale de $\varkappa_e$ est nettement plus grande que la valeur théorique qui est de $\varkappa_e = 3$. On peut expliquer cette différence par le fait que la bille relativement grande se trouve dans un champ très inhomogène.

2) Etalonnage de la bille diélectrique:

La bille diélectrique sera utilisée pour relever la distribution des champs dans la cavité entière. On compare sur la Fig. 19 le glissement de fréquence en fonction de la position radiale de la bille (valeurs expérimentales) avec la courbe théorique qui est donnée par

$$\frac{\Delta W_e}{VW} = - \frac{\varkappa_e}{4} \frac{J_1^2(kr)}{W} \tag{15}$$

$$= - \frac{3}{\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{1}{\ell_b{}^2} \left\{\frac{J_1(kr)}{J_o(\chi)}\right\}^2 \tag{16}$$

En utilisant les valeurs numériques on trouve

$$\frac{\Delta f}{Vf} = \frac{\Delta W_e}{VW} = - 1,80 \times 10^{-2} J_1^2(kr)$$

On vérifie que les mesures du champ électrique peuvent être effectuées avec une erreur inférieure à 5%. Cette précision, pourtant, est réduite au voisinage de l'axe $(r \ll 1)$.

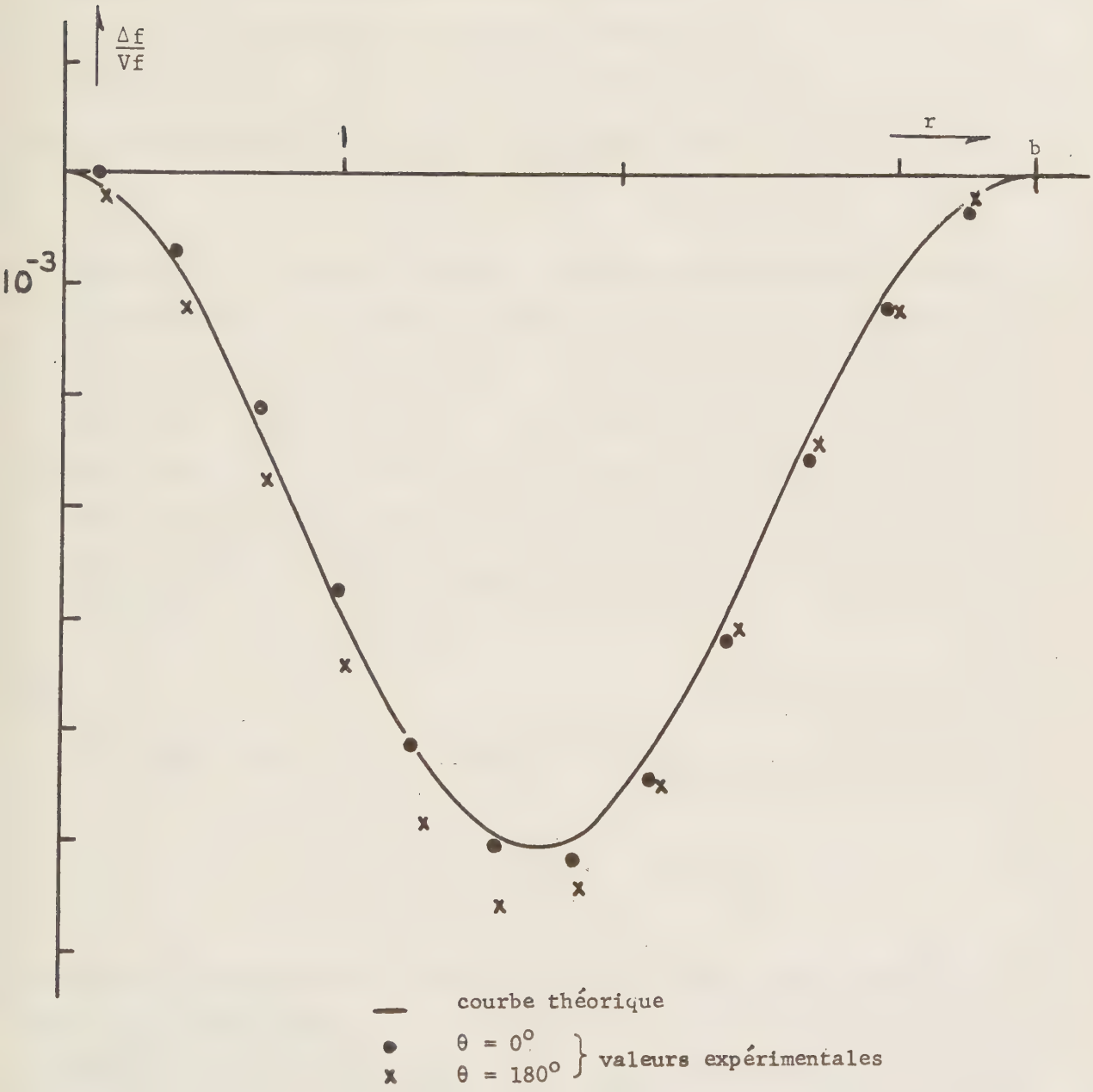


Fig. 19. Etalonnage de la bille diélectrique dans une cavité TM_{110}

IV.4. Répartition du champ électrique

Une interprétation valable des mesures de perturbation n'est possible que si le caractère du mode étudié est connu qualitativement. Le mode déflecteur est limité à des champs qui peuvent s'écrire sous la forme des expressions du chapitre IV.1. Il suffit de déterminer la répartition du champ électrique, le champ magnétique est alors obtenu par dérivation:

$$\vec{H} = \frac{j}{k} \nabla \times \vec{E}$$

Les expressions des champs contiennent une double infinité de coefficients arbitraires, a_n et b_n. Le nombre minimal des mesures pour la détermination complète du champ est, par conséquent, de deux. L'ensemble a_n peut être déterminé à partir d'une mesure de E_z le long d'un rayon. L'ensemble b_n est ensuite obtenu par une mesure axiale. Le champ électrique équivalent E_o est étroitement lié à la variation radiale de E_z. Il est donc évident, que le facteur de mérite R/Q est obtenu facilement par une mesure radiale de E_z. Notre étude sera limitée au cas d'une vitesse de phase $v_p = c$. L'obstacle utilisé pour les mesures du champ électrique est la sphère en téflon.

1) Mesure radiale:

Dans un plan $z = 0$, $\lambda/2$ etc. et pour $\theta = 0$, le champ total E est égal à E_z et a pour expression

$$E = 2a_o \frac{r}{a} + \sum{}' 2a_n \frac{J_1(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)} . \qquad (1)$$

Sur la figure 20 on a comparé le champ électrique calculé avec le glissement de fréquence produit par la bille perturbatrice. Les deux courbes se correspondent assez bien au voisinage de l'axe (unités arbitraires) et s'écartent au voisinage des iris, où l'influence des harmoniques d'espace est plus prononcée.

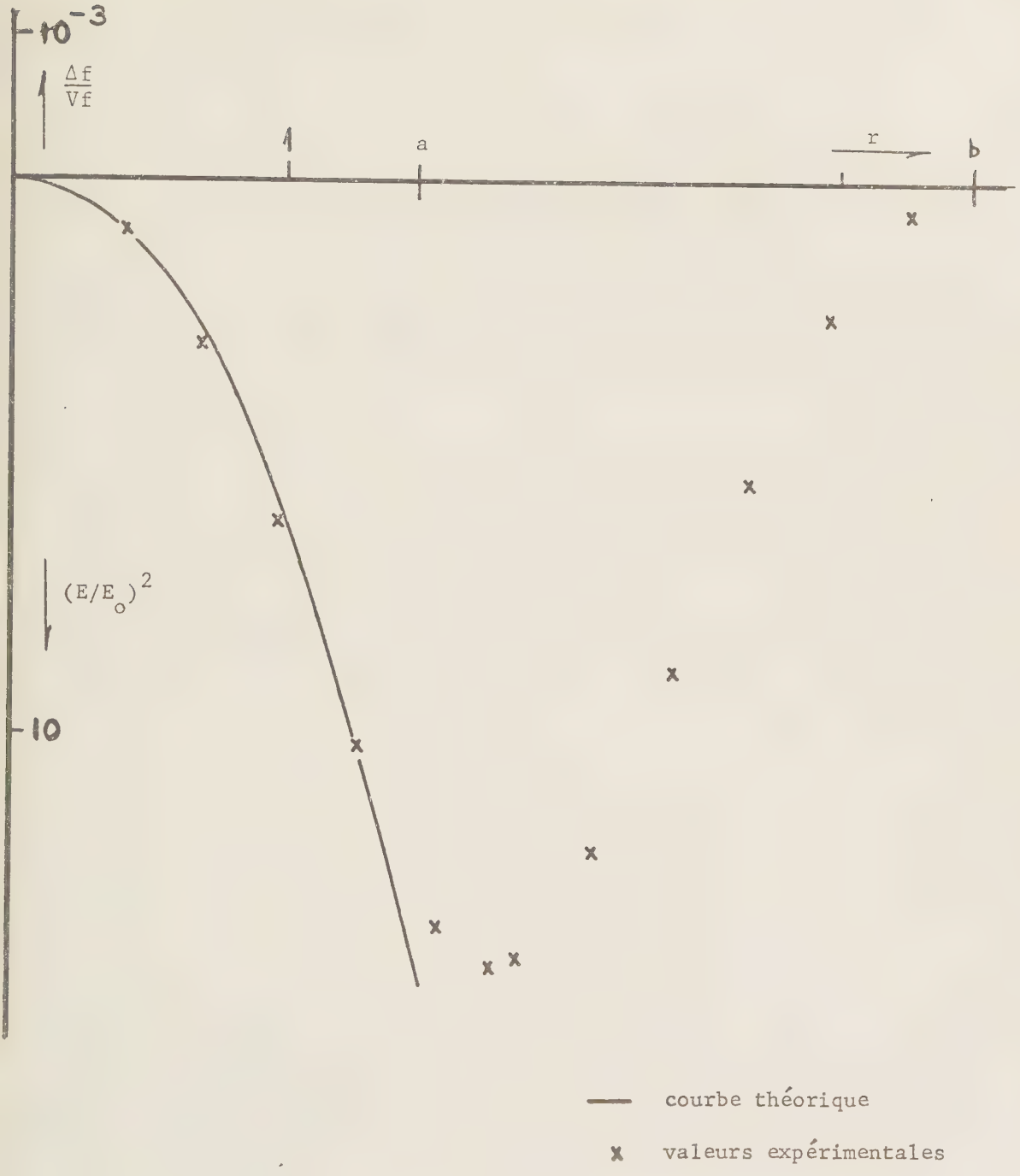


Fig. 20. Mesure radiale de perturbation. La bille en téflon est déplacée le long d'un rayon pour $z = 0$, $\theta = 0$.

2) Mesure axiale:

Le champ total sur l'axe (r = 0) est donné par

$$E = -2b_o \sin \beta_o z$$

$$- \sum' \left\{ a_n \frac{\beta_n a}{(\gamma_o a)^2} \frac{\gamma_n a}{J_1(\gamma_n a)} + b_n \frac{1}{J_1'(\gamma_n a)} \right\} \sin \beta_n z \qquad (2)$$

Sur la figure 21, le champ électrique calculé est comparé au champ mesuré avec une bille diélectrique. Les unités sont les mêmes que sur la figure 20. On obtient une correspondance assez bonne.

IV.5. Détermination des harmoniques d'espace

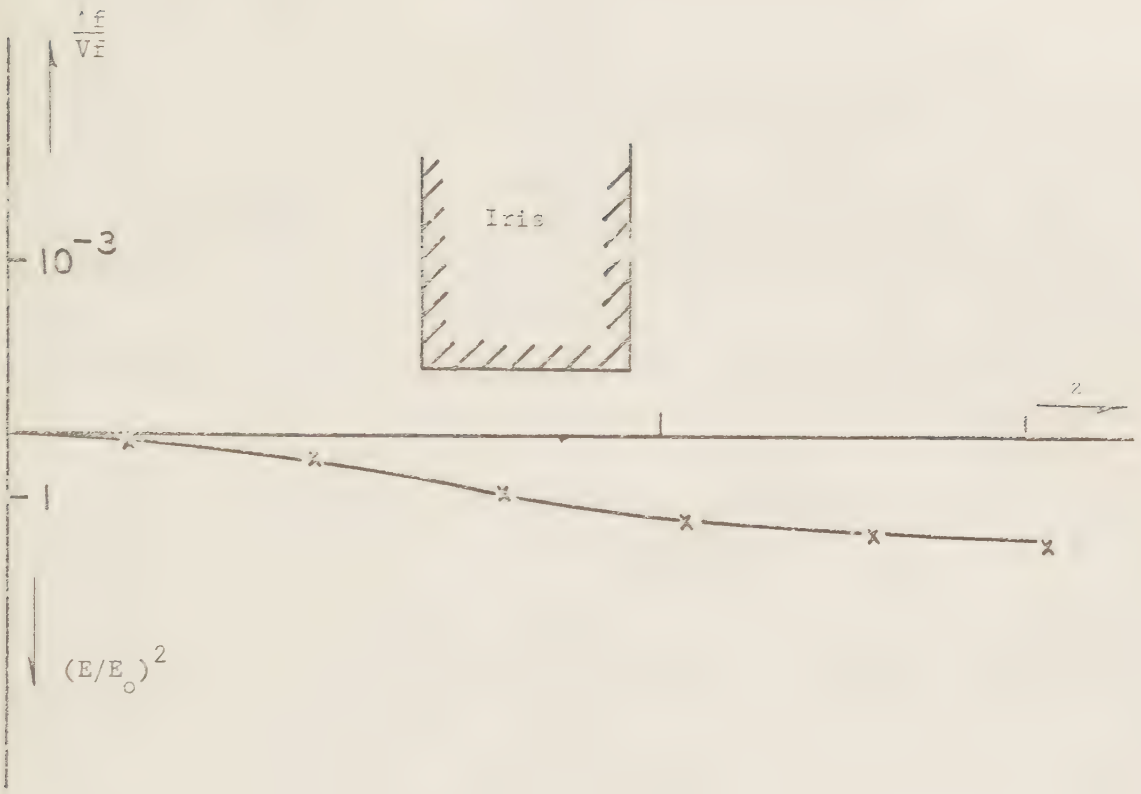
Les coefficients a_n, intervenant dans les expressions des champs, peuvent être obtenus en utilisant la courbe expérimentale de la Fig. 20. La connaissance des a_n est indispensable pour déterminer le facteur de correction utilisé dans la mesure de R/Q. Les points expérimentaux représent la fonction $E_z^2(r, 0, 0)$, qui dans la région $0 \leq r \leq a$ peut être developpée en série

$$E_z(r) = 2a_o \frac{r}{a} + \sum_{-K}^{K}{}' 2a_n \frac{J_1(\gamma_n r)}{J_1(\gamma_n a)} \qquad (1)$$

$$= \sum_{-K}^{K} 2a_n R_n(r) \qquad (2)$$

Soient $E_z(r_i)$ les $M (M > 2K + 1)$ points expérimentaux dans la région $0 \leq r \leq a$. L'approximation des données expérimentales se fait en utilisant le critère des moindres carrés, ce qui donne la condition matricielle [43]

$$2 T_{mn} a^n = D_m \qquad (3)$$



— courbe théorique

x valeurs expérimentales

Fig. 21. Mesure axiale de perturbation. La bille en téflon est déplacée sur l'axe r = 0.

où

$$T_{mn} = \sum_i R_m(r_i)\, R_n(r_i) \tag{4}$$

$$D_m = \sum_i E_z(r_i)\, R_m(r_i) \tag{5}$$

Les calculs numériques sont effectués sur un ordinateur IBM 7090/7094. En utilisant les données expérimentales de la figure 20, les coefficients calculés pour $K = 1$ et $M = 6$ sont donnés sur le tableau 7.

Le facteur de correction $(2E_o/k^{-1}\, \partial_r E_z)$ prend alors la valeur expérimentale

$$\frac{a_o}{a_o + \sum' \frac{a_n}{2} \frac{\gamma_n a}{J_1(\gamma_n a)}} = 0{,}892\ (1 \pm 0{,}05)$$

qui doit être comparée à la valeur théorique: 0,8973.

V. FACTEURS DE MERITE

V.1. Définitions

Une particule synchrone de charge q reçoit dans une structure déflectrice sans pertes de longueur ℓ une impulsion transverse maximale p_T, qui est exprimée par

$$p_T = q\, E_o\, \frac{\ell}{v} \tag{1}$$

ou par définition

$$p_T = q\ell \sqrt{ZP} \tag{2}$$

n	Théorie	Expérience
-15	-0,035	
-14	-0,022	
-13	0,083	
-12	-0,124	
-11	0,128	
-10	-0,088	
- 9	0,013	
- 8	0,125	
- 7	-0,209	
- 6	0,220	
- 5	-0,137	
- 4	-0,034	
- 3	0,270	
- 2	-0,545	
- 1	0,962	1,059
0	1,475	1,487
+ 1	-0,335	-0,717
+ 2	0,048	
+ 3	0,133	
+ 4	-0,222	
+ 5	0,221	
+ 6	-0,145	
+ 7	0,028	
+ 8	0,095	
+ 9	-0,126	
+10	0,126	
+11	-0,086	
+12	0,023	
+13	0,040	
+14	-0,082	
+15	0,092	

Tableau 7. Comparaison des coefficients a_n théoriques et expérimentaux.

avec

E_o = champ électrique équivalent, qui est, en général, une fonction de la position $E_o = E_o(r,\theta)$,

P = flux de puissance,

Z = impédance série.

A cause de la définition (2), on trouve pour l'impédance série

$$Z = \frac{E_o^2}{v^2 P} \tag{3}$$

Dans une structure avec pertes, il faut substituer à l'équation (2) la relation:

$$P_T = q\, \ell \sqrt{Z P_o}\ \frac{1 - \exp(-\alpha \ell)}{\alpha\, \ell} \tag{4}$$

P_o = puissance fournie par le klystron.

Le coefficient d'atténuation α est défini par

$$\alpha = - \frac{\partial_z P}{2P} \tag{5}$$

$\partial_z P$ = pertes par unité de longueur dans le guide.

Si l'on désire utiliser l'impédance shunt R , il faut écrire

$$P_T = \frac{q}{v}\ \sqrt{2RP_o \ell}\ \frac{1 - \exp(-\alpha \ell)}{\sqrt{\alpha\, \ell}} \tag{6}$$

l'impédance shunt étant définie par

$$R = - \frac{E_o^2}{\partial_z P} \tag{7}$$

En tenant compte des équations (3), (5) et (7), on trouve la relation entre les impédances série et shunt

$$Z = \frac{2\,\alpha}{v^2} R \tag{8}$$

Les performances d'un guide déflecteur sont complètement décrites par trois paramètres

- Z, α, ℓ ou
- R, α, ℓ

La déflection d'une particule ultrarelativiste dans un guide circulaire à iris est dénuée d'aberration et les facteurs de mérite sont partout constants: $E_o \neq E_o(r,\theta)$.

D'autres paramètres sont employés à l'occasion:

1) Le facteur de surtension Q , défini par

$$Q_{guide} = - \frac{kW}{\partial_z P} \tag{9}$$

L'énergie emmagasinée par unité de longueur W est liée au flux de puissance dans un guide sans pertes par:

$$P = v_g W \tag{10}$$

On déduit des équations (5), (9) et (10) la relation

$$\alpha = \frac{k}{2 v_g Q_{guide}} \tag{11}$$

On voit facilement que $Q_{guide} = Q_{cavité} = Q$ et α peut être obtenu par une mesure en cavité du coefficient de surtension Q et de la vitesse de groupe v_g .

2) Le paramètre R/Q qui est obtenu à l'aide des définitions (7) et (9)

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_o^2}{kW} \tag{12}$$

On trouve les relations simples

$$Z = \frac{k}{v_g} \left\{\frac{R}{Q}\right\} \tag{13}$$

et évidemment

$$R = Q \left\{\frac{R}{Q}\right\} \tag{14}$$

L'importance de ce paramètre R/Q tient au fait qu'il est obtenu directement par une mesure de perturbation.

3) La densité moyenne σ du flux de puissance pour un champ électrique équivalent $E_o = 1$

$$\sigma = \frac{P}{\pi a^2 E_o^2} = \frac{\bar{S}}{E_o^2} \tag{15}$$

σ est relié aux impédances shunt et série par

$$Z = \frac{1}{\pi\, a^2\, \sigma\, v^2} \tag{16}$$

$$R = \frac{1}{2\pi\, a^2\, \sigma\, \alpha} \tag{17}$$

L'emploi de σ est recommandé pour le traitement théorique des facteurs de mérite.

4) Le facteur K, utilisé surtout à Stanford, qui permet de remplacer (4) et (6) par

$$P_T = q\, \ell\, K \sqrt{P_o} \tag{18}$$

K est relié aux autres facteurs de mérite par

$$K = \sqrt{Z}\ \frac{1 - e^{-\alpha \ell}}{\alpha\, \ell} \tag{19}$$

Si $\alpha\, \ell \ll 1$, on obtient K par

$$K \approx \sqrt{Z} \tag{20}$$

V.2. Le flux de puissance

Le vecteur de POYNTING dans la direction de propagation est exprimé par

$$S = \frac{1}{2} \left(E_r H_\theta^* - E_\theta H_r^* \right) \tag{1}$$

Sa moyenne est définie par

$$\overline{S} = \frac{1}{\pi a^2} \int_{o}^{2\pi} \int_{o}^{a} S \, r \, dr \, d\theta \qquad (z = d/2) \tag{2}$$

Après intégration, on obtient pour une onde se propageant à la vitesse de la lumière l'expression:

$$\begin{aligned}
\overline{S} = {} & \frac{1}{96} F^2 a_o^2 + \frac{1}{2F} a_o b_o + \frac{1}{2} b_o^2 \\
& + \sum_n{}' \frac{(-1)^n}{8} \frac{1}{G_n} \left\{ \frac{4B_n}{F} + F(F + B_n) \left[\left(\frac{4}{G_n} - 1 \right) - \frac{4}{G_n} \frac{1}{J_n} \right] \right\} a_o a_n \\
& + \sum_n{}' \frac{(-1)^n}{8} \left\{ \frac{4J_n}{F} - (F + B_n) \left[\left(\frac{4}{G_n} - 1 \right) \frac{J_n}{} - \frac{4}{G_n} \right] \right\} a_o b_n \\
& + \sum_n{}' \frac{1}{4} \frac{B_n F}{G_n^2} \left\{ \left[1 + \frac{1}{J_n} \right]^2 + \left[G_n - 2 \right] \right\} a_n^2 \\
& + \sum_n{}' \frac{1}{4} \frac{B_n}{F} \left\{ \left[1 + J_n \right]^2 + \left[G_n - 2 \right] J_n^2 \right\} b_n^2 \\
& + \sum_m{}' \sum_n \frac{(-1)^{m-n}}{2} \left(F + \frac{B_n B_m}{F} \right) \frac{J_n^2}{G_m} a_m b_n \\
& + \sum_m{}' \sum_n{}' \frac{(-1)^{m-n}}{2} B_n F \left\{ \frac{1}{G_m (G_n - G_m) J_m} + \frac{1}{G_n (G_m - G_n) J_n} \right\} a_m a_n \\
& \qquad (m \neq n) \\
& + \sum_m \sum_n \frac{(-1)^{m-n}}{2} \frac{B_m}{F} \left\{ \frac{G_n J_n}{G_n - G_m} + \frac{G_m J_m}{G_m - G_n} \right\} b_m b_n
\end{aligned} \tag{3}$$

$$(m \neq n)$$

Pour simplifier l'écriture de (3) nous avons défini les symboles

$$F = ka$$

$$B_n = \beta_n a$$

$$G_n = (\gamma_n a)^2$$

$$\underline{J}_n = \frac{J_1(\gamma_n a)}{\gamma_n a \, J_1'(\gamma_n a)} = \underline{J}(\gamma_n a)$$

L'équation (3) est obtenue en utilisant les intégrales suivantes:

$$\int_o^1 \left[J_1'(\gamma_n r) \frac{J_1(\gamma_m r)}{\gamma_m r} + \frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r} J_1'(\gamma_m r) \right] r \, dr =$$

$$= \frac{J_1(\gamma_n)}{\gamma_n} \frac{J_1(\gamma_m)}{\gamma_m} \qquad (4)$$

$$\int_o^1 \left[\frac{J_1(\gamma_n r)}{\gamma_n r} \frac{J_1(\gamma_m r)}{\gamma_m r} + J_1'(\gamma_n r) \, J_1'(\gamma_m r) \right] r \, dr =$$

$$= \frac{\gamma_n^2}{\gamma_n^2 - \gamma_m^2} \frac{J_1(\gamma_n)}{\gamma_n} J_1'(\gamma_m) + \frac{\gamma_m^2}{\gamma_m^2 - \gamma_n^2} \frac{J_1(\gamma_m)}{\gamma_m} J_1'(\gamma_n) \quad \text{si} \quad n \neq m$$

$$= \frac{1}{2} (\gamma_n^2 - 2) \left[\frac{J_1(\gamma_n)}{\gamma_n} \right]^2 + \frac{1}{2} J_o^2(\gamma_n) \quad \text{si} \quad n = m \qquad (5)$$

Il est intéressant de noter que les produits croisés $a_n b_n$ ne s'annulent pas. Les modes TE_1 et TM_1 ne sont pas orthogonaux dans la région I, puisqu'ils ne satisfont pas individuellement aux mêmes conditions aux limites. En plus, les harmoniques d'espace ne sont pas orthogonaux par rapport au flux de puissance et les produits $a_n a_m$ et $b_n b_m$ interviennent dans l'équation (3).

En première approximation, $\overline{S}$ prend la forme [cf. III.7.(12)]:

$$\overline{S} = \frac{1}{8} (ka)^2 \left\{ \frac{1}{3} (ka)^2 - 1 \right\} E_o^2 \qquad (6)$$

On avait déjà signalé qu'il est intéressant d'introduire le paramètre σ , défini par

$$\sigma = \frac{\bar{S}}{E_o^2} \qquad (7)$$

σ est une quantité sans dimensions et peut être facilement calculée à l'aide d'une machine à calculer, si les coefficients a_n et b_n sont connus.

Utilisant les coefficients théoriques du chapitre IV.1, nous avons calculé les valeurs suivantes:

- nombre d'onde k pour $\beta_o = 1$
- vitesse de groupe $v_g = dk/d\beta$
- puissance moyenne normalisée $\sigma = \bar{S}/E_o^2$
- impédance série $Z = 1/\pi a^2 \sigma$ pour $v = 1$
- facteur de mérite $R/Q = v_g Z/k$.

Les résultats en fonction des indices maximum $K = L$ sont donnés sur le tableau 8 pour un guide de dimensions:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{a} = 1{,}474559 \\ b = 3{,}493615 \\ w = 1{,}570796 \\ d = 1{,}256029 \end{array}\right\} \text{ guide final au BNL}$$

Les valeurs expérimentales, obtenues sur une cavité de 10 iris, sont

$$k = 0{,}999772 \qquad \text{(dans le vide)}$$
$$v_g = -\,0{,}0205$$

Le signe de σ et Z est négatif pour un mode inverse. Le fait que $|Z|$ devient plus grand, si l'on tient compte des harmoniques d'espace, signifie que la puissance requise pour une déflection donnée devient plus petite. Cela semble étonnant mais peut s'expliquer en considérant la vitesse de groupe. La première approximation pour la vitesse de groupe donne dans le cas d'une onde inverse des valeurs trop grandes. La déflection variant en raison inverse de $|v_g|$, la première approximation donne des déflections (donc la valeur de $|Z|$) trop petites. En considérant $R/Q = v_g Z/k$

K = L	k	v_g	σ	Z	R/Q
0	1,0193	-0,0332	-0,0676	-2,165	0,0705
1	1,0015	-0,0227	-0,0498	-2,941	0,0667
2	0,9998	-0,0210	-0,0456	-3,213	0,0674
3	0,9990	-0,0200	-0,0445	-3,289	0,0657
4	0,9988	-0,0196	-0,0446	-3,283	0,0645
5	0,9988	-0,0197	-0,0452	-3,239	0,0640
6	0,9988	-0,0200	-0,0459	-3,190	0,0638
7	0,9987	-0,0201	-0,0464	-3,156	0,0635
8	0,9986	-0,0200	-0,0464	-3,154	0,0631
9	0,9985	-0,0199	-0,0461	-3,174	0,0634
10	0,9984	-0,0199	-0,0457	-3,206	0,0641

Tableau 8. Convergence de k, v_g, σ, Z, R/Q. Ces valeurs sont calculées pour une structure de dimensions

$\hat{a}$ = 1,474559

b = 3,493615

w = 1,570796

d = 1,256029

Les valeurs expérimentales sont

k = 0,999772

v_g = - 0,0205

R/Q = 0,052

on voit, que cette anomalie a disparue: La valeur de R/Q est réduite par les harmoniques d'espace.

Nous avons étudié l'erreur commise en prenant le rayon a au lieu de sa valeur corrigée $\hat{a}$. On obtient pour K = L = 4 :

	Expérience	$\hat{a}$ = 1,474559	a = 1,440784
k	0,999772	0,9988	1,0009
v_g	-0,0205	-0,0196	-0,0247
σ		-0,0446	-0,0562
Z		-3,283	-2,727
R/Q	0,052	0,0645	0,0672

Nous en tirons la conclusion, qu'il est nécessaire d'utiliser la valeur $\hat{a}$ et que le facteur de mérite le plus exact est R/Q .

V.3. Mesure de R/Q

Au voisinage de l'axe, et dans un plan de court circuit, les expressions des champs du mode déflecteur peuvent être représentées par des séries de TAYLOR

$$E(r,0,0) = k^{-1}\, \partial_r E_z \times (kr) + \ldots \qquad (1)$$

$$H(r,0,0) = \text{const} + \ldots \qquad (2)$$

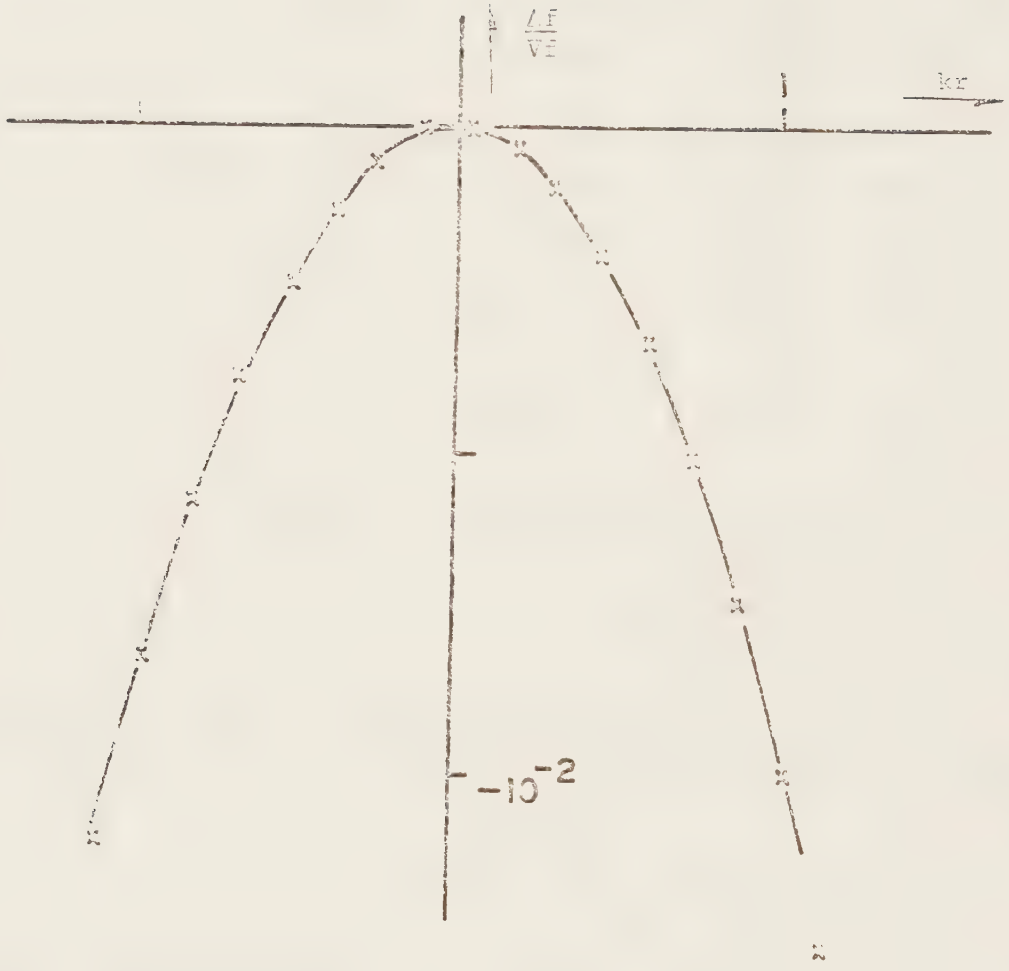
Le glissement de fréquence observé dans une mesure de perturbation radiale, s'écrit donc sous forme d'une parabole

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta W_e}{2W\ell} = -\frac{1}{2\rho} \times V(kr)^2 \qquad (3)$$

où $2W\ell$ = énèrgie totale emmagasinée dans la cavité.

Les données expérimentales de la figure 22 donnent la valeur numérique

$$\rho = 55 \pm 5$$



× points expérimentaux

—— $\frac{\Delta f}{Vf} = \frac{-1}{110} (kr)^2$

Fig. 22. Mesure de perturbation radiale avec une sphère métallique.

La variation d'énergie ΔW_e , pour la bille métallique calibrée, se met sous la forme

$$\Delta W_e = - \frac{\pi}{4} \left\{ k^{-1} \partial_r E_z \right\}^2 \times V(kr)^2 \qquad (4)$$

On tire des équations (3) et (4) la relation

$$\frac{W\ell}{\rho} = \pi \left\{ \frac{k^{-1} \partial_r E_z}{2} \right\}^2$$

qui devient

$$\frac{W\ell}{\rho} = \pi E_o^2 \left\{ \frac{k^{-1} \partial_r E_z}{2E_o} \right\}^2 \qquad (5)$$

En tenant compte de sa définition, l'expression de R/Q vaut alors

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_o^2}{kW} = \frac{\ell}{\pi \rho k} \left\{ \frac{a_o}{a_o + \sum' \frac{a_n}{2} \frac{\gamma_n a}{J_1(\gamma_n a)}} \right\}$$

Avec les valeurs numériques

$$\ell = 5\pi$$
$$k = 1{,}00$$
$$\rho = 55\ (1 \pm 0{,}1)$$
$$\pi = 4{,}4\ (1 \pm 0{,}1)$$
$$a_o/(a_o + \sum') = 0{,}892\ (1 \pm 0{,}05)$$

on trouve le résultat expérimental

$$\frac{R}{Q} = 5{,}2 \times 10^{-2}\ (1 \pm 0{,}17)$$

La valeur théorique est prise dans le tableau 8:

$$\frac{R}{Q} = 6{,}31 \times 10^{-2}$$

Les résultats calculés et mesurés sont en accord, compte tenu de la précision des mesures.

V.4. Mesure de l'impédance série

Une expérience faite à l'université de Stanford par ALTENMULLER, LARSEN et LOEW [15] permet la mesure directe de l'impédance série. Des électrons ultrarelativistes (100 MeV) ont été déflechis par un guide fonctionnant en onde progressive HEM_{11} et excité par un klystron de haute puissance (1 MW). Les déflections de l'ordre de ± 1 cm ont été observées sur un écran au sulfure de zinc qui était à une distance de 2 m du guide. Les résultats expérimentaux fournissent la valeur de l'impédance série et de R/Q pour le guide LOLA I:

$$Z = -2{,}36 \frac{M\Omega}{m^2} \hat{=} -1{,}76$$

$$R/Q = 1{,}21\ k\Omega/m \hat{=} 0{,}0528$$

Les dimensions du guide étant

$$\hat{a} = 1{,}253868$$
$$b = 3{,}547928$$
$$w = 2\pi/3$$
$$d = 1{,}744696$$

on peut calculer (K = L = 4)

$$k = 1{,}001065 \qquad \text{pour } \beta_o = 1{,}0$$
$$v_g = -0{,}0313$$
$$\sigma = -0{,}0882$$
$$Z = -2{,}30$$
$$R/Q = 0{,}0719$$

La différence entre la valeur expérimentale et la valeur théorique est de 25%. Mais nous pensons que le résultat expérimental contient une erreur systématique, puisqu'on ne tient pas compte des régions transitoires aux bouts du guide, guide dont la longueur n'était que de 50 cm. Cela pourra facilement expliquer cet écart considérable. D'autre part, la précision de R/Q théorique n'est pas connue et en règle générale, les valeurs théoriques de R/Q sont trop grandes. Pour cette raison, nous allons présenter dans le chapitre suivant une méthode directe pour le calcul de R/Q, qui donne R/Q = 0,0648, valeur plus proche du résultat expérimental.

V.5. L'énergie emmagasinée

La connaissance du facteur de mérite R/Q est essentielle dans les applications pratiques du guide déflecteur. Dans les chapitres précédents nous avons utilisé une méthode indirecte pour calculer sa valeur

$$\frac{R}{Q} = v_g \, Z/k \tag{1}$$

Par contre, la définition V.1.(12)

$$\frac{R}{Q} = \frac{E_o^2}{kW} \tag{2}$$

montre que le facteur R/Q est directement lié à l'énergie emmagasinée par unité de longueur.

L'énergie totale W est donnée comme somme des contributions de la région centrale W^I et de la vanne W^{II}

$$W = W^I + W^{II} \tag{3}$$

1) Contribution de la région I:

Les énergies électrique W_e^I et magnétique W_m^I sont données par les expressions:

$$W_e^I = \frac{1}{4w} \int_o^a \int_o^{2\pi} \int_{-w/2}^{+w/2} \vec{E}^I \, \vec{E}^{I*} \, r \, dr \, d\theta \, dz \tag{4}$$

$$W_m^I = \frac{1}{4w} \int_o^a \int_o^{2\pi} \int_{-w/2}^{+w/2} \vec{H}^I \, \vec{H}^{I*} \, r \, dr \, d\theta \, dz \tag{5}$$

(4) et (5) sont intégrables et l'on obtient finalement:

$$W_e^I = \frac{\pi}{4} a^2 \times$$

$$\left\{\frac{1}{48} F^2 + \frac{1}{4}\right\} a_o^2 + b_o^2$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2}\left(\frac{B_n}{G_n}\right)^2 \left\{\left(1 + \frac{1}{J_n}\right)^2 + G_n - 2\right\} a_n^2$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2} \frac{1}{G_n} \left\{\left(1 + \frac{1}{J_n}\right)^2 + G_n - 2\left(1 + \frac{1}{J_n}\right)\right\} a_n^2$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2} \left\{(G_n - 2) J_n^2 + (1 + J_n)^2\right\} b_n^2$$

$$+ \sum_n{}' 2 \frac{B_n}{G_n} J_n a_n b_n \qquad (6)$$

$$W_m^I = \frac{\pi}{4} a^2 \times$$

$$\left\{\frac{1}{48} F^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{F^2}\right\} a_o^2 + b_o^2 + 2 \frac{a_o b_o}{F}$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2} \left(\frac{F}{G_n}\right)^2 \left\{\left(1 + \frac{1}{J_n}\right)^2 + G_n - 2\right\} a_n^2$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2} \left(\frac{B_n}{F}\right)^2 \left\{(G_n - 2) J_n^2 + (1 + J_n)^2\right\} b_n^2$$

$$+ \sum_n{}' \frac{1}{2} \frac{G_n}{F^2} \left\{(1 + J_n)^2 + G_n J_n^2 - 2 J_n (1 + J_n)\right\} b_n^2$$

$$+ \sum_n{}' 2 \frac{B_n}{G_n} J_n a_n b_n \qquad (7)$$

Pour alléger la notation de (6) et (7), nous avons utilisé les symboles suivants, déjà introduits dans V.2.:

$$F = ka$$

$$B_n = \beta_n a$$

$$G_n = (\gamma_n a)^2$$

$$\underline{J}_n = \underline{J}(\gamma_n a) = \frac{J_1(\gamma_n a)}{\gamma_n a \, J_1'(\gamma_n a)}$$

En plus, nous devons signaler que (6) et (7) ont été obtenus en utilisant les relations V.2.(4) et V.2.(5).

2) Contribution de la région II:

Les énergies électrique W_e^{II} et magnétique W_m^{II} dans les vannes sont données par les expressions:

$$W_e^{II} = \frac{1}{4w} \int_a^b \int_o^{2\pi} \int_{-d/2}^{+d/2} \vec{E}^{II} \vec{E}^{II*} \, r \, dr \, d\theta \, dz \qquad (8)$$

$$W_m^{II} = \frac{1}{4w} \int_a^b \int_o^{2\pi} \int_{-d/2}^{+d/2} \vec{H}^{II} \vec{H}^{II*} \, r \, dr \, d\theta \, dz \qquad (9)$$

Les relations (8) et (9) sont également intégrables. Les détails du calcul un peu fastidieux seront omis et l'on trouve finalement:

$$\begin{aligned} W_e^{II} = {} & \frac{\pi}{2} \frac{d}{w} \times \frac{1}{2} S_{Z2}(k) \, c_o^2 \\ & + \sum{}' \frac{\Gamma_m^2}{k^2} S_{Z2}(\Gamma_m) \, c_m^2 + \sum{}' \frac{\Gamma_m'^2}{k^2} S_{Z2}(\Gamma_m') \, c_m'^2 \\ & + \sum{}' \frac{\eta_m^2}{k^2} S_{Z1}(\Gamma_m) \, c_m^2 + \sum{}' \frac{\eta_m'^2}{k^2} S_{Z1}(\Gamma_m') \, c_m'^2 \\ & + \sum{}' \left(\frac{k}{a \Gamma_m^2} \right)^2 S_{B1}(\Gamma_m) \, d_m^2 + \sum{}' \left(\frac{k}{a \Gamma_m'^2} \right)^2 S_{B1}(\Gamma_m') \, d_m'^2 \\ & + \sum{}' \frac{2\eta_m}{a\Gamma_m^2} S_{ZB}(\Gamma_m) \, c_m \, d_m + \sum{}' \frac{2\eta_m'}{a\Gamma_m'^2} S_{ZB}(\Gamma_m') \, c_m' \, d_m' \end{aligned} \qquad (10)$$

$$W_m^{II} = \frac{\pi}{2}\frac{d}{w} \times \frac{1}{2} S_{Z1}(k)\, c_o^2$$

$$+ \sum{}' S_{Z1}(\Gamma_m)\, c_m^2 + \sum{}' S_{Z1}(\Gamma'_m)\, c_m'^2$$

$$+ \sum{}' \left(\frac{\eta_m}{a\,\Gamma_m^2}\right)^2 S_{B1}(\Gamma_m)\, d_m^2 + \sum{}' \left(\frac{\eta'_m}{a\,\Gamma'^2_m}\right)^2 S_{B1}(\Gamma'_m)\, d_m'^2$$

$$+ \sum{}' \frac{1}{(\Gamma_m a)^2} S_{B2}(\Gamma_m)\, d_m^2 + \sum{}' \frac{1}{(\Gamma'_m a)^2} S_{B2}(\Gamma'_m)\, d_m'^2$$

$$+ \sum{}' \frac{2\,\eta_m}{a\,\Gamma_m^2} S_{ZB}(\Gamma_m)\, c_m\, d_m + \sum{}' \frac{2\,\eta'_m}{a\,\Gamma'^2_m} S_{ZB}(\Gamma'_m)\, c'_m\, d'_m \qquad (11$$

L'écriture des expressions (10) et (11) est considérablement simplifiée par l'introduction de symboles nouveaux avec les définitions suivantes:

$$S_{Z1}(k) = \frac{1}{Z'^2(ka)} \int_a^b \left\{\frac{Z^2(kr)}{(kr)^2} + Z'^2(kr)\right\} r\, dr \qquad (12$$

$$S_{Z2}(k) = \frac{1}{Z'^2(ka)} \int_a^b Z^2(kr)\, r\, dr \qquad (13$$

$$S_{B1}(k) = \frac{(ka)^2}{B^2(ka)} \int_a^b \left\{\frac{B^2(kr)}{(kr)^2} + B'^2(kr)\right\} r\, dr \qquad (14$$

$$S_{B2}(k) = \frac{(ka)^2}{B^2(ka)} \int_a^b B^2(kr)\, r\, dr \qquad (15$$

$$S_{ZB}(k) = \frac{ka}{Z'(ka)\, B(ka)} \int_a^b \left\{\frac{Z(kr)}{kr} B'(kr) + \frac{B(kr)}{kr} Z'(kr)\right\} r\, dr \qquad (16$$

On peut vérifier que S_{Z1}, S_{Z2}, S_{B1}, S_{B2}, S_{ZB} prennent des valeurs réelles pour des arguments réels ou imaginaires purs.

Les intégrales intervenant dans (12) à (16) ne sont pas généralement connues et nous en donnont les solutions: [23]

$$\int_a^b \left\{\frac{Z(kr)}{kr} B'(kr) + Z'(kr) \frac{B(kr)}{kr}\right\} r\, dr = \left[\frac{Z(kr)}{k} \frac{B(kr)}{k} \right]_a^b \tag{17}$$

$$\int_a^b Z^2(kr)\, r\, dr = \left[\frac{r^2}{2} \left\{Z'^2(kr) + \left((kr)^2 - 1\right) \frac{Z^2(kr)}{(kr)^2}\right\} \right]_a^b \tag{18}$$

$$\int_a^b \left\{\frac{Z^2(kr)}{(kr)^2} + Z'^2(kr)\right\} r\, dr =$$

$$\left[\frac{r^2}{2} \left\{Z'^2(kr) + 2\, Z'(kr) \frac{Z(kr)}{kr} + \left((kr)^2 - 1\right) \frac{Z^2(kr)}{(kr)^2}\right\} \right]_a^b \tag{19}$$

Les intégrales en $B(kr)$ conduisent à des expressions tout-à-fait analogues. D'ailleurs, la relation V.2.(5) est déduite de (19) en faisant des substitutions évidentes.

En vertu des conditions aux limites sur $r = b$,

$$Z(kb) = 0 \quad \text{et} \quad B'(kb) = 0 \tag{20}$$

on obtient finalement

$$S_{Z1}(k) = \frac{b^2}{2} \underline{Z}'^2(ka,kb) - \frac{a^2}{2} \left\{1 + 2\, \underline{Z}(ka) + \left[(ka)^2 - 1\right] \underline{Z}^2(ka)\right\} \tag{21}$$

$$S_{Z2}(k) = \frac{b^2}{2} \underline{Z}'^2(ka,kb) - \frac{a^2}{2} \left\{1 + \left[(ka)^2 - 1\right] \underline{Z}^2(ka)\right\} \tag{22}$$

$$S_{B1}(k) = \frac{a^2}{2} \left[(kb)^2 - 1\right] \underline{B}^2(ka,kb) - \frac{a^2}{2} \left\{ \frac{1}{\underline{B}^2(ka)} + \frac{2}{\underline{B}(ka)} + (ka)^2 - 1\right\} \tag{23}$$

$$S_{B2}(k) = \frac{a^2}{2}\left[(kb)^2 - 1\right] \underline{B}^2(ka,kb) - \frac{a^2}{2}\left\{\frac{1}{\underline{B}^2(ka)} + (kb)^2 - 1\right\} \tag{24}$$

$$S_{ZB}(k) = - a^2 \underline{Z}(ka) \tag{25}$$

Dans (21) à (25) nous avons posé:

$$\underline{Z}(ka) = \frac{Z(ka)}{ka\ Z'(ka)} \tag{26}$$

$$\underline{Z}'(ka,kb) = \frac{Z'(kb)}{Z'(ka)} \tag{27}$$

$$\underline{B}(ka) = \frac{B(ka)}{ka\ B'(ka)} \tag{28}$$

$$\underline{B}(ka,kb) = \frac{B(kb)}{B(ka)} \tag{29}$$

Les détails du calcul numérique seront donnés dans l'appendice A.4.

A titre d'exemple nous avons calculé pour le même guide qu'en V.2. les grandeurs suivantes:

$$K = L = 4$$

$$\hat{a} = 1,474559$$

$$W_e^I = 2,265 \qquad W_e^{II} = 5,929$$

$$W_m^I = 1,684 \qquad W_m^{II} = 6,520$$

$$\frac{W_m - W_e}{W_m + W_e} = 6,3 \times 10^{-4}$$

$$\frac{R}{Q} = 6,1 \times 10^{-2}$$

On voit que l'énergie emmagasinée dans les vannes est nettement plus grande que l'énergie dans le centre. En plus on retrouve l'égalité des énergies électrique et magnétique requise par la théorie.

Ensuite, nous avons étudié la variation de R/Q en fonction du nombre des harmoniques d'espace. Dans le tableau 9 sont comparées les valeurs de R/Q obtenues selon les équations (1) et (2). Le calcul direct, à partir de l'énergie emmagasinée, conduit à des valeurs plus petites et, dans notre opinion, plus exactes. D'autre part sa convergence est moins rapide.

K = L	$\frac{v_g Z}{k}$	$\frac{E_o^2}{kW}$
0	$7,05 \times 10^{-2}$	$7,74 \times 10^{-2}$
1	6,67	6,91
2	6,74	6,40
3	6,57	6,18
4	6,45	6,10
5	6,40	6,10
6	6,38	6,13
7	6,35	6,11
8	6,31	6,08
9	6,34	6,05
10	6,41	6,04

Tableau 9. Convergence de $R/Q = v_g Z/k$ et, $R/Q = E_o^2/kW$.
Ces valeurs sont calculées pour un guide de dimensions

$\hat{a} = 1,474559$
$b = 3,493615$
$w = 1,570796$
$d = 1,256029$

V.6. Le coefficient de surtension

Nous nous proposons d'étudier dans ce chapitre les pertes dans les parois dues à l'effet de peau. A cet effet il faut admettre que la conductivité σ des parois est finie, ce qui est en contradiction avec les hypothèses des chapitres précédents. Mais en vue de l'utilité d'une expression théorique pour le coefficient de surtension, nous en présenterons ici le calcul.

Nous adopterons la méthode approximative utilisée couramment si les pertes ne modifient pas sensiblement la distribution des champs du guide idéal. Les pertes par unité de longueur sont alors données par

$$\partial_z P = \frac{1}{2} r_s \int \vec{H}^* \vec{H} \, dF \qquad (1)$$

en nommant r_s la résistance superficielle

$$r_s = \frac{1}{2} \mu k \delta \qquad (2)$$

et δ l'expression de peau

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu k \sigma}} \quad . \qquad (3)$$

Pour le cuivre ($\sigma = 5{,}8 \times 10^7$ S/m, $\mu = \mu_o$) et à la fréquence considérée (2,856 GHz), sa valeur est:

$$\delta = 7{,}40 \times 10^{-5} \quad .$$

Mais en règle générale cette valeur est trop optimiste et on ne devrait pas espérer obtenir avec grande précision les valeurs théoriques.

Le coefficient de surtension du guide est défini par V.1.(9):

$$Q = - \frac{k \mathcal{W}}{\partial_z P} \quad . \qquad (4)$$

L'expression pour l'énergie emmagasinée par unité de longueur est déjà donnée dans V.5.

Il est souvent préférable de calculer un facteur purement géométrique

$$Q\, r_s = \frac{4\, k \int \vec{H}^* \vec{H}\, dV}{\int \vec{H}^* \vec{H}\, dF} \tag{5}$$

où l'on a tenu compte de l'égalité des énergies électrique et magnétique.

Le guide déflecteur a normalement des iris arrondis. C'est pourquoi nous négligeons les pertes dans la région I. Les pertes dans les vannes sont composées de deux contributions:

$$\partial_z P/r_s = (\partial_z P/r_s)_1 + (\partial_z P/r_s)_2 \tag{6}$$

$$= \frac{1}{2w} \int_{-d/2}^{d/2} \int_0^{2\pi} \left\{ H_\theta^{II*}\, H_\theta^{II}\,(b,\theta,z) + H_z^{II*}\, H_z^{II}\,(b,\theta,z) \right\} b\, d\theta\, dz$$

$$+ \frac{1}{w} \int_a^b \int_0^{2\pi} \left\{ H_r^{II*}\, H_r^{II}\,(r,\theta,\tfrac{d}{2}) + H_\theta^{II*}\, H_\theta^{II}\,(r,\theta,\tfrac{d}{2}) \right\} r\, d\theta\, dr \tag{7}$$

L'intégration de (7) donne les deux expressions

$$(\partial_z P/r_s)_1 = \frac{\pi}{w}\, bd \times \frac{1}{2}\, \underline{Z}'^2\,(ka,kb)\, c_o^2$$

$$+ \sum{}' \left\{ \underline{Z}'(\Gamma_m a,\Gamma_m b)\, c_m + \frac{\eta_m}{b\,\Gamma_m^2}\, \underline{B}(\Gamma_m a,\Gamma_m b)\, d_m \right\}^2$$

$$+ \sum{}' \left\{ \underline{Z}'(\Gamma'_m a,\Gamma'_m b)\, c'_m + \frac{\eta'_m}{b\,\Gamma'^2_m}\, \underline{B}(\Gamma'_m a,\Gamma'_m b)\, d'_m \right\}^2$$

$$+ \sum{}' \underline{B}^2(\Gamma_m a,\Gamma_m b)\, d_m^2$$

$$+ \sum{}' \underline{B}^2(\Gamma'_m a,\Gamma'_m b)\, d'^2_m \tag{8}$$

avec $\underline{B}(ka,kb)$ et $\underline{Z}'(ka,kb)$ définis par V.5.(27) et V.5.(29),

et $(\partial_z P/r_s)_2 = \frac{\pi}{w} \times S_Z(k,k)\ c_o^2$

$$+ \sum' 4\ (-1)^m\ S_Z(k,\Gamma_m)\ c_o\ c_m$$

$$+ \sum' 4\ (-1)^m \frac{\eta_m}{a\ \Gamma_m^2}\ S_{ZB}(k,\Gamma_m)\ c_o\ d_m$$

$$+ \sum' \sum' 4\ (-1)^{i+m}\ S_Z(\Gamma_i,\Gamma_m)\ c_i\ c_m$$

$$+ \sum' \sum' 4\ (-1)^{i+m}\ S_Z(\Gamma'_i,\Gamma'_m)\ c'_i\ c'_m$$

$$+ \sum' \sum' 4\ (-1)^{i+m} \frac{\eta_i}{a\ \Gamma_i^2}\ \frac{\eta_m}{a\ \Gamma_m^2}\ S_B(\Gamma_i,\Gamma_m)\ d_i\ d_m$$

$$+ \sum' \sum' 4\ (-1)^{i+m} \frac{\eta'_i}{a\ \Gamma_i'^2}\ \frac{\eta'_m}{a\ \Gamma_m'^2}\ S_B(\Gamma'_i,\Gamma'_m)\ d'_i\ d'_m$$

$$+ \sum' \sum' 8\ (-1)^{i+m} \frac{\eta_m}{a\ \Gamma_m^2}\ S_{ZB}(\Gamma_i,\Gamma_m)\ c_i\ d_m$$

$$+ \sum' \sum' 8\ (-1)^{i+m} \frac{\eta'_m}{a\ \Gamma_m'^2}\ S_{ZB}(\Gamma'_i,\Gamma'_m)\ c'_i\ d'_m \qquad (\ldots$$

où l'on a posé

$$S_{ZB}(\Gamma_i,\Gamma_m) =$$

$$\frac{\Gamma_m a}{Z'(\Gamma_i a)\ B(\Gamma_m a)} \int_a^b \left\{ \frac{Z(\Gamma_i r)}{\Gamma_i r}\ B'(\Gamma_m r) + Z'(\Gamma_i r)\ \frac{B(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r} \right\} r\ dr \qquad (1$$

$$S_Z(\Gamma_i,\Gamma_m) =$$

$$\frac{1}{Z'(\Gamma_i a)\ Z'(\Gamma_m a)} \int_a^b \left\{ \frac{Z(\Gamma_i r)}{\Gamma_i r}\ \frac{Z(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r} + B'(\Gamma_i r)\ B'(\Gamma_m r) \right\} r\ dr \qquad (1$$

$$S_B(\Gamma_i,\Gamma_m) =$$

$$\frac{\Gamma_i a\, \Gamma_m a}{B(\Gamma_i a)\, B(\Gamma_m a)} \int_a^b \left\{ \frac{B(\Gamma_i r)}{\Gamma_i r} \frac{B(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r} + B'(\Gamma_i r)\, B'(\Gamma_m r) \right\} r\, dr \qquad (12)$$

$S_Z(\Gamma_i,\Gamma_m)$, $S_B(\Gamma_i,\Gamma_m)$, $S_{ZB}(\Gamma_i,\Gamma_m)$ sont des grandeurs réelles pour des arguments réels ou imaginaires purs. Ils sont intégrables à l'aides des relations suivantes:

$$\int_a^b \left\{ \frac{Z(\Gamma_i r)}{\Gamma_i r} B'(\Gamma_m r) + Z'(\Gamma_i r) \frac{B(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r} \right\} r\, dr$$

$$= \left[\frac{Z(\Gamma_i r)}{\Gamma_i} \frac{B(\Gamma_m r)}{\Gamma_m} \right]_a^b \qquad (13)$$

$$\int_a^b \left\{ \frac{Z(\Gamma_i r)}{\Gamma_i r} \frac{Z(\Gamma_m r)}{\Gamma_m r} + Z'(\Gamma_i r)\, Z'(\Gamma_m r) \right\} r\, dr$$

$$= \left[\frac{\Gamma_i r}{\Gamma_i^2 - \Gamma_m^2} Z(\Gamma_i r)\, Z'(\Gamma_m r) + \frac{\Gamma_m r}{\Gamma_m^2 - \Gamma_i^2} Z(\Gamma_m r)\, Z'(\Gamma_i r) \right]_a^b \quad \text{si } m \neq i$$

$$= \left[\frac{r^2}{2} \left\{ Z'(\Gamma r) + 2\, Z'(\Gamma r) \frac{Z(\Gamma r)}{\Gamma r} + \left((\Gamma r)^2 - 1 \right) \frac{Z^2(\Gamma r)}{(\Gamma r)^2} \right\} \right]_a^b \quad \text{si } i = m \qquad (14)$$

Des relations analogues sont valables pour $B(\Gamma r)$. Nous notons que V.5.(17) et V.5.(19) sont des cas particuliers de (13) et (14). En tenant compte des conditions aux limites

$$Z(\Gamma b) \quad \text{et} \quad B'(\Gamma b) = 0$$

on trouve

$$S_{ZB}(\Gamma_i,\Gamma_m) = S_{ZB}(\Gamma_i) \qquad (15)$$

$$S_Z(\Gamma_i,\Gamma_m)$$

$$= -a^2 \left\{ \frac{\Gamma_i^2}{\Gamma_i^2 - \Gamma_m^2} \underline{Z}(\Gamma_i a) + \frac{\Gamma_m^2}{\Gamma_m^2 - \Gamma_i^2} \underline{Z}(\Gamma_m a) \right\} \quad \text{si } i \neq m$$

$$= S_{Z1}(\Gamma) \quad \text{si } i = m \tag{16}$$

$$S_B(\Gamma_i,\Gamma_m)$$

$$= -a^2 \left\{ \frac{\Gamma_i^2}{\Gamma_i^2 - \Gamma_m^2} \frac{1}{\underline{B}(\Gamma_m a)} + \frac{\Gamma_m^2}{\Gamma_m^2 - \Gamma_i^2} \frac{1}{\underline{B}(\Gamma_i a)} \right\} \quad \text{si } i \neq m$$

$$= S_{B1}(\Gamma) \quad \text{si } i = m \tag{17}$$

avec $S_{Z1}(\Gamma)$, $S_{B1}(\Gamma)$, $S_{ZB}(\Gamma)$ définis par V.5.(21), (23), (25).

A titre d'exemple, nous avons calculé Qr_s et Q pour les guides BNL et LOLA I avec K = L = 4 :

	Qr_s	Q	Q expérimental
BNL	0,505	13600	7700
LOLA I	0,608	16400	10700

On voit que les valeurs théoriques sont beaucoup trop grandes, mais elles permettent de comparer les mérites relatifs des structures à dimensions différentes.

Finalement, nous avons étudié la convergence de Q en fonction du nombre des harmoniques d'espace. Les résultats sont donnés dans le tableau 10.

K = L	Qr_s	Q
0	0,567	15300
1	0,547	14800
2	0,525	14200
3	0,513	13900
4	0,505	13600
5	0,501	13500
6	0,501	13500

Tableau 10. Convergence de Qr_s et Q.

Ces valeurs sont calculées pour un guide de dimensions

$\hat{a}$ = 1,474559

b = 3,493615

w = 1,570796

d = 1,256029

Le coefficient de surtension mesuré est de 7700.

SOMMAIRE

Nous avons étudié les modes électromagnétiques à variation angulaire dans les guides circulaires à iris. En particulier, le mode dipolaire a été étudié analytiquement, expérimentalement et à l'aide d'un ordinateur électronique. Ce mode, responsable du raccourcissement des impulsions dans les accélérateurs linéaires, sera utilisé comme mode déflecteur dans les séparateurs de particules du type HF.

Nous avons présenté les propriétés générales des solutions périodiques dans les guides à iris, ainsi que les solutions les plus générales de l'équation de HELMHOLTZ. On montre que les solutions transverse électrique et transverse magnétique ne sont plus linéairement indépendantes si la vitesse de phase est égale à la vitesse de la lumière. Le champ électromagnétique doit alors être représenté par des solutions hybrides, qui sont facilement obtenues à l'aide des vecteurs hertziens. Nous avons comparé les propriétés des solutions transverses et hybrides. En particulier, la propriété déflectrice des modes hybrides a été démontrée.

Le champ électromagnétique au centre et dans les vannes du guide à iris est représenté par des séries de FOURIER. Le raccordement des composantes tangentielles sur la surface commune conduit finalement à un système infini d'équations linéaires homogènes. L'annulation de son déterminant donne la relation de dispersion. La matrice infinie est approchée par une matrice finie qui se prête alors facilement à un traitement numérique sur un ordinateur. Nous avons indiqué une approximation pour tous les modes possibles dans un guide à iris, et nous l'avons comparée aux résultats expérimentaux. Nous avons ensuite décrit la construction d'une structure déflectrice.

Après avoir calculé les harmoniques d'espace et la répartition du champ du mode déflecteur, nous avons apporté une vérification expérimentale au moyen de mesures de perturbations.

Les facteurs de mérite d'un guide déflecteur ont été définis. Ensuite les valeurs théoriques de l'impédance série, du facteur R/Q, et du coefficient de surtension ont été calculées et comparées aux résultats expérimentaux.

Enfin, nous avons présenté les programmes en langage FORTRAN pour un ordinateur IBM 7090/94, programmes nécessaires pour le calcul numérique de la fréquence propre, de la vitesse de groupe, des harmoniques d'espace, de la répartition du champ et des facteurs de mérite du mode déflecteur.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M.S. LIVINGSTON, J.P. BLEWETT - Particle Accelerators, p. 311 (McGraw-Hill, New York 1962).

[2] L. SMITH - Handbuch der Physik XLIV, 341 (Springer, Berlin 1959).

[3] F.E. BORGNIS, C.H. PAPAS - Handbuch der Physik XVI, 377 et 411 (Springer, Berlin 1958).

[4] R. TAYLOR - J. Nucl. Energy C4, 418 (1962).

[5] J.W. BOAG, C.W. MILLER - Proc. of the Second United Nations Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy 14, 437 (United Nations, Geneva 1958).

[6] M. BELL, P. BRAMHAM, B.W. MONTAGUE - Nature 198, 277 (1963).

[7] M.C. CROWLEY-MILLING, T.R. JARVIS, C.W. MILLER, G. SAXON - Nature 191, 483 (1961).

[8] K.L. BROWN, A.L. ELDREDGE, R.H. HELM, J.H. JASBERG, J.V. LEBACQZ, G.A. LOEW, R.F. MOZLEY, R.B. NEAL, W.K.H. PANOFSKY, T.F. TURNER - Proc. Int. Conf. on High-Energy Accelerators, p. 79 (U.S. Governmen Printing Office, Washington D.C. 1961).

[9] R.L. GLUCKSTERN - Rapport Interne AADD-38, Accelerator Department, Brookhaven National Laboratory.

[10] H. HIRAKAWA - Japan. J. Appl. Phys. 3, 27 (1964).

[11] M.G. KELLIHER, R. BEADLE - Nature 187, 1099 (1960).

[12] H. LEBOUTET - L'onde électrique, 43, 618 (1963).

[13] J.C. NYGARD, R.F. POST - Nucl. Instr. Methods 11, 126 (1961).

[14] P.B. WILSON - Rapport interne HEPL-297, High-Energy Physics Laborator Stanford University (1963).

[15] O.A. ALTENMULLER, R.R. LARSEN, G.A. LOEW - Rev. Sci. Instr. 35, 438 (

[16] M. BELL, P. BRAMHAM, R.D. FORTUNE, E. KEIL, B.W. MONTAGUE - Proc. Con on High-Energy Accelerators, p. 798 (Dubna 1963).

[17] H.G. HEREWARD - Future Program for the CERN PS and the Brookhaven AGS p. 94 (Brookhaven National Laboratory 1962).

[18] R. HIREL - Nucl. Instr. Methods 26, 90 (1964).

[19] R.R. LARSEN, O.A. ALTENMULLER, G.A. LOEW - Proc. Conf. on High-Energy Accelerators, p. 804 (Dubna 1963).

[20] P. LAPOSTOLLE - Rapport CEA No. 2109 (CEN Saclay 1961).

[21] W. SCHNELL - Rapport CERN 61-5 (CERN, Genève 1961).

[ ] Y. GARAULT - Comptes Rendus 254, 843 (1962); 254, 1391 (1962); 255, 2920 (1962); 256, 3268 (1963).

[23] H.G. HEREWARD, M. BELL - Rapport CERN 63-33 (CERN, Genève 1963).

[24] G. SAXON, T.R. JARVIS, I. WHITE - Proc. IEE, 110, 1365 (1963).

[25] H. HAHN - Rev. Sci. Instr. 34, 1094 (1963); Future Program for the CERN PS and the Brookhaven AGS, p. 103 (Brookhaven National Laboratory 1962); Rapports internes HH-4, HH-5, HH-6 (Accelerator Department, Brookhaven National Laboratory); Rapport GES 63-11, AIR 02 (CEN Saclay 1963).

[26] H. HAHN, H.J. HALAMA - Rapports internes HH/HJH-2, HH/HJH-3 (Accelerator Department, Brookhaven National Laboratory).

[27] K. POSCHL - Fortschritte der Hochfrequenztechnik 4, 243 (Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt 1959).

[28] W.C. HAHN - J. Appl. Phys. 12, 62 (1941).

[29] W. WALKINSHAW, J.S. BELL - Rapport AERE G/R 675 (Harwell 1951).

[30] E.L. CHU - Rapport ML 140, Microwave Laboratory (Stanford University 1951).

[31] P.M. MORSE, H. FESHBACH - Methods of Theoretical Physics 2, 1764 (McGraw-Hill, New York 1961).

[32] W.W. HANSEN - J. Appl. Phys. 9, 654 (1938).

[33] J.A. STRATTON - Electromagnetic Theory, p. 398 (McGraw-Hill, New York 1941).

[34] A. NISBET - Proc. Roy. Soc. (London) A240, 447 (1957).

[35] G. GOUBEAU - Electromagnetic Waves, p. 311 (The University of Wisconsin Press, Madison 1962).

[36] J.S. BELL - Rapport AERE G/R 680 (Harwell 1951).

[37] L.W. KANTOROWITSCH, W.I. KRYLOW - Näherungsmethoden der Höheren Analysis, p. 41 (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1956).

[38] B.W. MONTAGUE - communication privée (1961).

[39] P. BRAMHAM - Rapport interne AR/Int. PSep/63-4 (CERN, Genève 1963).

[40] J. MULLER - Hochfrequenztechnik 54, 157 (1939).

[41] L.C. MAIER, J.C. SLATER - J. Appl. Phys. 23, 68 (1952).

[42] A. SEPTIER - Guide d'ondes, cavités, mesures en HF, p. 106 (INSTN Saclay).

[43] A. ANGOT - Compléments de Mathématiques, p. 732 (Revue d'optique, Paris 1961).

[44] P. MOON, D.E. SPENCER - J. Franklin Inst. 256, 551 (1963).

[45] M. GOLDSTEIN, M. KRESGE - Programme NUBES1, New York University, AEC Computing and Applied Mathematics Center (1958).

[46] B.A.L. WOODBURY, K. FUCHEL, N. REISS - Programme BNSINV, Brookhaven National Laboratory, Applied Mathematics Department (1962).

[47] V.A. VAGIN, V.I. KOTOV, I.N. SEMENYUSHKIN - Soviet Physics, Uspekhi 7, 305 (1964).

APPENDICE

A.1. Le système d'unités naturelles

Toutes les équations dans le texte sont écrites dans un système d'unités rationalisé pour lequel on a:

- vitesse de la lumière: $c' = 1$
- perméabilité du vide: $\mu'_o = 1$

On a choisi comme unités fondamentales

- une longueur $\lambda = 1\ m^* = 1/2\pi \times 0{,}105\ m$
- une tension $V = 1\ V^* = 1\ V$

Les relations entre le système à deux dimensions (quantités primées) et celui à quatre dimensions (MKSA) sont présentées sur le tableau 11.

A.2. Les opérateurs Δ et ∇^2

L'opérateur scalaire de LAPLACE Δ est défini par

$$\Delta \psi = \nabla (\nabla \psi) \tag{1}$$

et l'opérateur vectoriel ∇^2 par

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla (\nabla \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \tag{2}$$

En coordonnées cylindriques circulaires on trouve [44]

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \tag{3}$$

et

$$\nabla^2 \vec{A} = \begin{bmatrix} \Delta A_r - \dfrac{A_r}{r^2} - \dfrac{2}{r^2}\dfrac{\partial A_\theta}{\partial \theta} \\ \Delta A_\theta - \dfrac{A_\theta}{r^2} + \dfrac{2}{r^2}\dfrac{\partial A_r}{\partial \theta} \\ \Delta A_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

Quantité	Symbole	Dimension	Unité en MKSA
Longueur	$\ell' = \ell$	m^*	λ
Potentiel	$u' = u$	V^*	V
Vitesse	$v' = v/c$	1	c
Impédance	$R' = R/c\mu_o$	1	$c\mu_o$
Temps	$t' = ct$	m^*	λ/c
Inductance	$L' = L/\mu_o$	m^*	$\lambda\mu_o$
Capacité	$C' = c^2\mu_o C$	m^*	$\lambda/c^2\mu_o$
Accélération	$b' = b/c^2$	$1/m^*$	c^2/λ
Courant	$i' = c\mu_o i$	V^*	$V/c\mu_o$
Charge	$q' = c^2\mu_o q$	$V^* m^*$	$V\lambda/c^2\mu_o$
Champ électrique	$E' = E$	V^*/m^*	V/λ
Déplacement électrique	$D' = c^2\mu_o D$	V^*/m^*	$V/\lambda c^2\mu_o$
Induction	$B' = cB$	V^*/m^*	$V/\lambda c$
Champ magnétique	$H' = c\mu_o H$	V^*/m^*	$V/\lambda c\mu_o$
Puissance	$P' = c\mu_o P$	V^{*2}	$V^2/c\mu_o$
Force	$F' = c^2\mu_o F$	V^{*2}	$V^2/c^2\mu_o$
Energie	$W' = c^2\mu_o W$	$V^{*2} m^*$	$V^2\lambda/c^2\mu_o$
Impulsion	$p' = c^3\mu_o p$	$V^{*2} m^*$	$V^2\lambda/c^3\mu_o$
Masse	$m' = c^4\mu_o m$	$V^{*2} m^*$	$V^2\lambda/c^4\mu_o$
Vecteur de POYNTING	$S' = c\mu_o S$	V^{*2}/m^{*2}	$V^2/\lambda^2 c\mu_o$

Tableau 11. Système d'unités à deux dimensions ($c' = 1$, $\mu_o' = 1$)

A.3. Les expressions des matrices

Les matrices définies dans le chapitre III.4 par le raccordement des composantes tangentielles du champ sont ici explicitement représentées. Pour simplifier l'écriture, il est commode d'introduire les notations suivantes:

$$\underline{J}(\rho) = \frac{J_1(\rho)}{\rho\, J_1'(\rho)} \tag{1}$$

$$\underline{Z}(\rho) = \frac{Z(\rho)}{\rho\, Z'(\rho)} \tag{2}$$

$$\underline{B}(\rho) = \frac{B(\rho)}{\rho\, B'(\rho)} \tag{3}$$

On peut facilement démontrer que les fonctions $\underline{J}$, $\underline{Z}$, $\underline{B}$ sont réelles pour des arguments réels ou imaginaires purs.

1) Les matrices colonnes:

$$f^n = \begin{array}{|c|c|} \hline \dfrac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2} & \\ \hline (\beta_o a) & \dfrac{J_2(\gamma_o a)}{\gamma_o a\, J_1(\gamma_o a)} \\ \hline \dfrac{\beta_n a}{(\gamma_n a)^2} & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ n \\ \\ \\ \\ \end{array} \tag{4}$$

$$h^m = \begin{array}{|c|}\hline \dfrac{\eta'_m a}{(\Gamma'_m a)^2} \\ \hline 0 \\ \hline \dfrac{\eta_m a}{(\Gamma_m a)^2} \\ \hline \end{array}^{\,m} \qquad (5)$$

2) Les matrices carrées:

$$(E_c)^n_m = \begin{array}{|c|}\hline 2\,\dfrac{d}{w}\,\dfrac{(\Gamma'_m a)^2}{ka}\;\underline{Z}(\Gamma'_m a)\;S'_{nm} \\ \hline \dfrac{d}{w}\,(ka)\;\;\underline{Z}(ka)\;\;C_{no} \\ \hline 2\,\dfrac{d}{w}\,\dfrac{(\Gamma_m a)^2}{ka}\;\underline{Z}(\Gamma_m a)\;C_{nm} \\ \hline \end{array}^{\,m}_{\,n} \qquad (6)$$

$$(F_c)^n_m = \begin{array}{|c|}\hline 2\,\dfrac{d}{w}\,\dfrac{\eta'_m a}{ka}\;\underline{Z}(\Gamma'_m a)\;C'_{nm} \\ \hline 0 \\ \hline 2\,\dfrac{d}{w}\,\dfrac{\eta_m a}{ka}\;\underline{Z}(\Gamma_m a)\;S_{nm} \\ \hline \end{array}^{\,m}_{\,n} \qquad (7)$$

$$(F_d)_m^n = \begin{array}{c|c} & n \\ m & \\ \hline 2\frac{d}{w}\,\frac{ka}{(\Gamma'_m a)^2}\,\frac{1}{\underline{B}(\Gamma'_m a)}\,C'_{nm} \\ \hline 0 \\ \hline 2\frac{d}{w}\,\frac{ka}{(\Gamma_m a)^2}\,\frac{1}{\underline{B}(\Gamma_m a)}\,S_{nm} \end{array} \qquad (8$$

$$(G_a)_i^m = \begin{array}{c|c|c} & i & \\ m & & \\ \hline -\frac{\beta_o a}{ka}\,C'_{om} & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline -\frac{\beta_o a}{ka}\,S_{om} & 0 \end{array} \qquad (9)$$

$$(G_b)_i^m = \begin{array}{c|c} & i \\ m & \\ \hline \frac{(\gamma_i a)^2}{ka}\,\underline{J}(\gamma_i a)\,C'_{im} \\ \hline 0 \\ \hline \frac{(\gamma_i a)^2}{ka}\,\underline{J}(\gamma_i a)\,S_{im} \end{array} \qquad (10)$$

$$(H'_a)^m_i =$$

m \ i	
$-\frac{1}{ka}\,\frac{\gamma_o a\, F(\gamma_o a)}{J_1(\gamma_o a)}\, S'_{om}$	$\frac{ka}{(\gamma_i a)^2}\,\frac{1}{\underline{J}(\gamma_i a)}\, S'_{im}$
$-\frac{1}{ka}\,\frac{\gamma_o a\, F(\gamma_o a)}{J_1(\gamma_o a)}\, C_{oo}$	$\frac{ka}{(\gamma_i a)^2}\,\frac{1}{\underline{J}(\gamma_i a)}\, C_{io}$
$-\frac{1}{ka}\,\frac{\gamma_o a\, F(\gamma_o a)}{J_1(\gamma_o a)}\, C_{om}$	$\frac{ka}{(\gamma_i a)^2}\,\frac{1}{\underline{J}(\gamma_i a)}\, C_{im}$

(11)

$$(H'_b)^m_i =$$

m \ i	
0	$\frac{\beta_i a}{ka}\,\underline{J}(\gamma_i a)\, S'_{im}$
0	$\frac{\beta_i a}{ka}\,\underline{J}(\gamma_i a)\, C_{io}$
0	$\frac{\beta_i a}{ka}\,\underline{J}(\gamma_i a)\, C_{im}$

(12)

A.4. Préparation du calcul numérique

Les éléments des matrices contiennent les fonctions $\underline{J}(\rho)$, $\underline{Z}(\Gamma a)$, $\underline{B}(\Gamma a)$, dont les définitions ont été données dans l'appendice A.3. Il est pourtant utile de les écrire sous d'autres formes si leurs arguments prennent des valeurs imaginaires.

1):

$$\frac{J_1(\rho)}{\rho} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\rho^2}{8}\right) \qquad \text{si } \rho^2 \to 0 \qquad (1)$$

$$= \frac{I_1(|\rho|)}{|\rho|} \qquad \text{si } \rho^2 < 0 \qquad (2)$$

$$\frac{J_2(\rho)}{\rho^2} = \frac{1}{8}\left(1 - \frac{\rho^2}{12}\right) \qquad \text{si } \rho^2 \to 0 \qquad (3)$$

$$= \frac{I_2(|\rho|)}{|\rho|^2} \qquad \text{si } \rho^2 < 0 \qquad (4)$$

2):

$$\underline{J}(\rho) = \frac{J_1(\rho)}{\rho\, J_1'(\rho)} \qquad \text{si } \rho^2 > 0 \qquad (5)$$

$$= 1 + \frac{\rho^2}{4} \qquad \text{si } \rho^2 \to 0 \qquad (6)$$

$$= \frac{I_1(|\rho|)}{|\rho|\, I_1'(|\rho|)} \qquad \text{si } \rho^2 < 0 \qquad (7)$$

3):

$$\underline{Z}(\Gamma a) = \frac{Z(\Gamma a)}{\Gamma a \; Z'(\Gamma a)} \tag{8}$$

$$= \frac{J_1(\Gamma a)\, Y_1(\Gamma b) - J_1(\Gamma b)\, Y_1(\Gamma a)}{\Gamma a \left\{ J_1'(\Gamma a)\, Y_1(\Gamma b) - J_1(\Gamma b)\, Y_1'(\Gamma a) \right\}} \qquad \text{si } \Gamma^2 > 0 \tag{9}$$

$$= \frac{K_1(|\Gamma| a)}{|\Gamma| a \; K_1'(|\Gamma| a)} \left\{ \frac{1 - \dfrac{I_1(|\Gamma| a)\, K_1(|\Gamma| b)}{I_1(|\Gamma| b)\, K_1(|\Gamma| a)}}{1 - \dfrac{I_1'(|\Gamma| a)\, K_1(|\Gamma| b)}{I_1(|\Gamma| b)\, K_1'(|\Gamma| a)}} \right\} \qquad \text{si } \Gamma^2 < 0 \tag{10}$$

$$\approx \frac{K_1(|\Gamma| a)}{|\Gamma| a \; K_1'(|\Gamma| a)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \ll -1 \tag{11}$$

$$\approx \frac{-1}{1 + |\Gamma| a \exp\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{64\, |\Gamma| a} \right)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \to -\infty \tag{12}$$

4):

$$\underline{B}(\Gamma a) = \frac{B(\Gamma a)}{\Gamma a \; B'(\Gamma a)}$$

$$= \frac{J_1(\Gamma a)\, Y_1'(\Gamma b) - J_1'(\Gamma b)\, Y_1(\Gamma a)}{\Gamma a \left\{ J_1'(\Gamma a)\, Y_1'(\Gamma b) - J_1'(\Gamma b)\, Y_1'(\Gamma a) \right\}} \qquad \text{si } \Gamma^2 > 0 \tag{13}$$

$$= \frac{K_1(|\Gamma| a)}{|\Gamma| a \; K_1'(|\Gamma| a)} \left\{ \frac{1 - \dfrac{I_1(|\Gamma| a)\, K_1'(|\Gamma| b)}{I_1'(|\Gamma| b)\, K_1(|\Gamma| a)}}{1 - \dfrac{I_1'(|\Gamma| a)\, K_1'(|\Gamma| b)}{I_1'(|\Gamma| b)\, K_1'(|\Gamma| a)}} \right\} \qquad \text{si } \Gamma^2 < 0 \tag{14}$$

$$\approx \underline{Z}(\Gamma a) \qquad \text{si } \Gamma^2 \ll -1 \tag{15}$$

Dans toutes les expressions les notations sont les suivantes:

$J_1(\rho)$ = fonction de BESSEL de première espèce d'ordre 1
$Y_1(\rho)$ = fonction de BESSEL de seconde espèce d'ordre 1
$I_1(\rho)$ = fonction de BESSEL modifiée de première espèce d'ordre 1
$K_1(\rho)$ = fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce d'ordre 1

Les calculs de l'énergie emmagasinée et des pertes dans la région II font intervenir les deux expressions suivantes:

$$\underline{B}(\Gamma a,\Gamma b) = \frac{J_1(\Gamma b)\, Y_1'(\Gamma b) - J_1'(\Gamma b)\, Y_1(\Gamma b)}{J_1(\Gamma a)\, Y_1'(\Gamma b) - J_1'(\Gamma b)\, Y_1(\Gamma a)} \tag{16}$$

$$\approx \frac{K_1(|\Gamma|b)}{K_1(|\Gamma|a)} - \frac{K_1'(|\Gamma|b)}{K_1(|\Gamma|a)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \ll 0 \tag{17}$$

$$\approx \sqrt{\frac{a}{b}} \left(2 + \frac{1}{|\Gamma|b}\right) e^{|\Gamma|(a-b)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \to -\infty \tag{18}$$

$$\underline{Z}'(\Gamma a,\Gamma b) = \frac{J_1'(\Gamma b)\, Y_1(\Gamma b) - J_1(\Gamma b)\, Y_1'(\Gamma b)}{J_1'(\Gamma a)\, Y_1(\Gamma b) - J_1(\Gamma b)\, Y_1'(\Gamma a)} \tag{19}$$

$$\approx \frac{K_1'(|\Gamma|b)}{K_1'(|\Gamma|a)} - \frac{K_1(|\Gamma|b)}{K_1'(|\Gamma|a)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \ll 0 \tag{20}$$

$$\approx \sqrt{\frac{a}{b}}\, \frac{2 + 1/|\Gamma|b}{1 + 1/|\Gamma|a}\, e^{|\Gamma|(a-b)} \qquad \text{si } \Gamma^2 \to -\infty \tag{21}$$

A.5. Programmes FORTRAN

Dans ce chapitre seront donnés les programmes FORTRAN utilisés pour le calcul des différents paramètres du guide.

Pour l'exécution des programmes il faut disposer d'autres sous-programm

1) BESLJ (A, ALPHA, N, F)
   BESLI (A, ALPHA, N, F)
   BESLY (A, ALPHA, N, F)
   BESLK (A, ALPHA, N, F)

La quantité calculée F est une variable indicée qui a la

DIMENSION F(75)

Elle contient les valeurs des fonctions de BESSEL

$$J_\alpha(a),\ \ldots\ ,\ J_{\alpha+i}(a),\ \ldots\ ,\ J_{\alpha+n}(a)$$

2) BNSINV (A, EL, N, M, DET, EPSIL, ITEST). Ce sous-programme en langage FAP permet l'inversion d'une matrice A(N,N), avec $2 \leq N \leq M$, et le calcul de son déterminant DET. Dans le programme principal doit apparaître l'ordre

DIMENSION A(M,M), EL(M,M)

La matrice inversée A^{-1} sera placée après l'exécution en A. La matrice EL est employée comme mémoire. EPSIL et ITEST permettent de vérifier si la matrice est singulière. On a toujours posé EPSIL = 0.

ITEST = 0 → pas d'erreur
ITEST = 1 → matrice est singulière.

La liste des entrées doit toujours être constituée par:

A, rayon du trou de l'iris a
B, rayon du guide b
W, pas du guide w
D, largeur des vannes d
FRQ, valeur exacte ou approchée du nombre d'onde k
BET, nombre d'onde dans le guide β_o
K, indice maximal dans la région I
L, indice maximal dans la région II

Ces quantités sont disposées sur la carte de données selon le modèle

FORMAT (6 F 10.6, 2I5)

1) TEST PROGRAM DETERMINANT

Ce programme calcule le déterminant de la matrice juxtaposée

$$\begin{bmatrix} U_i^n & V_i^n \\ X_i^n & Y_i^n \end{bmatrix}$$

pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés.

2) TEST PROGRAM ZERO

Ce programme calcule par itération la longueur d'onde k pour a, b, w, d, β_o, K, L donnés.

3) MAIN PROGRAM COEFFICIENT

Ce programme calcule les coefficients a^n, b^n, c^m, d^m pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés.

4) MAIN PROGRAM FIELD

Ce programme calcule en onde stationnaire et pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés

- le champ électrique E^2 sur l'axe r = 0 [cf. équation IV.4.(2)].
- le champ électrique E_z pour r = a et $\theta = 0^o$ [cf. équation IV.1.(9)].
- le champ électrique E_θ pour r = a et $\theta = 90^o$ [cf. équation IV.1.(10)].
- le champ électrique E^2 pour z = 0 et $\theta = 0^o$ [cf. équation IV.4.(1)].
- la pente pour r = 0, $\theta = 0^o$ [cf. équation IV.1.(8)].

5) MAIN PROGRAM VGROUP

Ce programme calcule la valeur de la vitesse de groupe

$$v_g = \frac{dk}{d\beta} = \frac{k(1 + 0{,}005) - k(1 - 0.005)}{0{,}01}$$

pour a, b, w, d, k, β_o = k, K, L donnés.

6) MAIN PROGRAM POWER

Ce programme calcule la valeur de σ et de Z, puis de Z en unités MKSA par

$$Z = \frac{1}{\pi a^2 \sigma}$$

pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés.

7) MAIN PROGRAM DEFLECTOR

Ce programme combine tous les programmes précédents et peut calculer les valeurs

- k
- f (en unités MKSA)
- v_g
- σ
- $Z = 1/\pi a^2 \sigma$
- Z (en unité MKSA)
- $R/Q = v_g\ Z/k$
- R/Q (en unité MKSA)

pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés.

8) MAIN R/Q Q

Ce programme calcule W_e et W_m selon V.5.(6), (7), (10), (11) et $\partial_z P$ selon V.6.(8), (9) et en tire les valeurs de

- R/Q
- $Q\ r_s$
- Q

pour a, b, w, d, k, β_o, K, L donnés.

9) Les sous-programmes en ordre alphabétique à l'exception de BESLJ, BESLI, BESLY, BESLK et BNSINV qui sont disponibles au Département "Mathématiques" du Brookhaven National Laboratory.

```
CTESD
C       TEST PROGRAM DETERMINANT
        DIMENSIONELM(62,62)
        COMMONELM
      1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
    101 FORMAT(6F10.6,2I5)
        WRITEOUTPUTTAPE6,102,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
    102 FORMAT(5X2HA=F10.6,5X2HB=F10.6,5X2HW=F10.6,5X2HD=F10.6,5X4HFRQ=F1
       1.6,5X4HBET=F10.6,5X2HK=I3,5X2HL=I3)
        CALLARRAY(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,ELM)
        CALLDET(ELM,0.,4*K+2,RET)
        WRITEOUTPUTTAPE6,103,RET
    103 FORMAT(5X12HDETERMINANT=E15.6)
        GOTO1
        END
```

**********0015**********

```
SZ
    TEST PROGRAM ZERO
  1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
101 FORMAT(6F10.6,2I5)
    CALLZERO(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,FK)
    WRITEOUTPUTTAPE6,102,A,B,W,D,K,L,BET,FK
102 FORMAT (5X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,
   13X2HL=I3,7X4HBET=F9.6,3X3HFK=F9.6)
    GOTO1
    END
```

**********0010**********

```
CTESC
C       MAIN PROGRAM COEFFICIENT
        DIMENSIONDUMMY(16492),
       1COEFA(31),COEFB(31),COEFC(31),COEFD(31)
        COMMONDUMMY,
       1COEFA,COEFB,COEFC,COEFD
     1  READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
   101  FORMAT(6F10.6,2I5)
        WRITEOUTPUTTAPE6,102,A,B,W,D,K,L,BET
   102  FORMAT(5X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,3X2HK=I3,3X2H
       1I3/4X4HBET=F12.6)
        CALLCOE (A,B,W,D,FRQ,BET,K,L)
        WRITEOUTPUTTAPE6,103
   103  FORMAT(15X5HCOEFA,15X5HCOEFB,15X5HCOEFC,15X5HCOEFD)
        KK=2*K+1
        WRITEOUTPUTTAPE6,104,(COEFA(N),COEFB(N),COEFC(N),COEFD(N),N=1,KK
   104  FORMAT(4F20.6)
        GOTO1
        END
```

**********0019**********

```
D
  MAIN PROGRAM FIELD
  PI=3.1415927
1 FORMAT(6F10.6,2I5)
5 FORMAT(5X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,3X2HL=
 1I3/4X4HBET=F12.6)
1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
  WRITEOUTPUTTAPE6,105,A,B,W,D,K,L,BET
  CALLCOE(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L)
  DO10N=1,21
  FN=N-1
  Z=FN*PI/40.
  CALLFDAXIS(A,W,K,Z,ESQ,EZ,ET)
  WRITEOUTPUTTAPE6,102,Z,ESQ,EZ,ET
0 CONTINUE
2 FORMAT(10X2HZ=F10.6,5X4HESQ=F10.6,5X3HEZ=F10.6,5X3HET=F10.6)
  DO20N=1,10
  FN=N
  R=FN*A/10.
  CALLFDPLT(A,W,K,R,ESQ,SLOPE)
  WRITEOUTPUTTAPE6,103,R,ESQ
0 CONTINUE
3 FORMAT(10X2HR=F10.6,5X4HESQ=F10.6)
  WRITEOUTPUTTAPE6,104,SLOPE
4 FORMAT(5X6HSLOPE=F10.6)
  GOTO1
  END
```

**********0027**********

```
CTESV
C      MAIN PROGRAM VGROUP
     1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
   101 FORMAT(6F10.6,2I5)
       WRITEOUTPUTTAPE6,102,A,B,W,D,K,L
   102 FORMAT(5X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,3X2HL=
      1I3)
       CALLZERO(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,FK)
       IF(FK)10,10,11
    10 GOTO1
    11 CALLVGROUP(A,B,W,D,FK,BET,K,L,VG)
       WRITEOUTPUTTAPE6,103,BET,FK,VG
   103 FORMAT(66X4HBET=F9.6,3X3HFK=F9.6,3X3HVG=F9.6)
       GOTO1
       END
```

**********0015**********

```
ZMKSA
      MAIN PROGRAM POWER
  101 FORMAT(6F10.6,2I5)
  102 FORMAT(6X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,
     1 3X2HL=I3/4X4HBET=F12.6)
  103 FORMAT(5X6HSIGMA=F15.6)
  104 FORMAT(9X2HZ=E15.6/5X6HZMKSA=E15.6)
      PI=3.1415927
      C=2.997925
      BL=0.105/(2.*PI)
      Z0=C*PI*40.
    1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
      WOT6,102,A,B,W,D,K,L,BET
      CALLPOWER(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,SIGMA)
      WRITEOUTPUTTAPE6,103,SIGMA
      Z=1./(PI*SIGMA*A**2)
      ZMKSA=Z0*Z/BL**2
      WOT6,104,Z,ZMKSA
      GOTO1
      END
```

**********0020**********

```
CALLE
C      MAIN PROGRAM DEFLECTOR
  101 FORMAT(6F10.6,2I5)
  102 FORMAT(6X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,
     1 3X2HL=I3/4X4HBET=F12.6)
  103 FORMAT(5X6HSIGMA=F15.6)
  104 FORMAT(9X2HZ=E15.6/5X6HZMKSA=E15.6)
  105 FORMAT(4X4HFGC=F12.6)
  106 FORMAT(5X3HVG=F12.6)
  107 FORMAT(7X4HR/Q=E15.6/3X8HR/QMKSA=E15.6/)
      PI=3.1415927
      C=2.997925
      BL=0.105/(2.*PI)
      Z0=C*PI*40.
    1 READINPUTTAPE5,101,A,B,W,D,FRQ,BET,K,L
      WOT6,102,A,B,W,D,K,L,BET
      CALL ZERO(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,FQ)
      CALL POWER(A,B,W,D,FQ,BET,K,L,SIGMA)
      FGC=FQ*C/1.05
      WOT6,105,FGC
      CALL VGROUP(A,B,W,D,FQ,BET,K,L,VG)
      WOT6,106,VG
      Z=1./(PI*SIGMA*A**2)
      ZMKSA=Z0*Z/BL**2
      RQ=Z*VG/FQ
      RQMKSA=Z0*RQ/BL
      WRITEOUTPUTTAPE6,103,SIGMA
      WOT6,104,Z,ZMKSA
      WOT6,107,RQ,RQMKSA
      GOTO1
      END
```

**********0031**********

```
QRQ
      MAIN R/Q  Q
  101 FORMAT(6F10.6,2I5)
  102 FORMAT(6X2HA=F9.6,3X2HB=F9.6,3X2HW=F9.6,3X2HD=F9.6,8X2HK=I3,3X2HL=
     1I3/4X4HBET=F12.6)
  104 FORMAT(5X4HR/Q=1PE15.6)
  105 FORMAT(5X4HQRS=1PE15.6/7X2HQ=E15.6)
  200 FORMAT(6X4HDEL=1PE15.6)
      PI=3.1415927
      C=2.997925E8
      HM=PI*4.E-7
      ZO=C*HM
      BL=0.105/(2.*PI)
      SI=5.8E7*BL*ZO
      DEL=SQRTF(2./SI)
      WOT6,200,DEL
      RS=DEL/2.
    1 RIT5,101,A,B,W,D,FK,BET,K,L
      WOT6,102,A,B,W,D,K,L,BET
      CALLCOE(A,B,W,D,FK,BET,K,L)
      CALLWEMI(A,W,FK,BET,K,WEI,WMI)
      CALLWEMII(A,B,W,D,FK,L,WEII,WMII)
      WE=WEI+WEII
      WM=WMI+WMII
      WT=WE+WM
      ROQ=1./(WT*FK)
      WOT6,104,ROQ
      CALL DZPNOR(A,B,W,D,FK,L,DZP)
      QRS=FK*WT/DZP
      Q=QRS/RS
      WOT6,105,QRS,Q
      GOTO1
      END
```

**********0033**********

```
CARR
      SUBROUTINEARRAY(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,ELM)
      DIMENSIONELM(62,62),U(31,31),V(31,31),X(31,31),Y(31,31)
      COMMONELM,U,V,X,Y
      KK=(2*K+1)
      KKK=2*KK
      CALLMATRIX(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,U,V,X,Y)
      DO200N=1,KKK
      IF(N-KK)10,10,11
   10 DO100I=1,KKK
      IF(I-KK)20,20,21
   20 ELM(N,I)=U(N,I)
      GOTO100
   21 IK=I-KK
      ELM(N,I)=V(N,IK)
  100 CONTINUE
      GOTO200
   11 DO101I=1,KKK
      IF(I-KK)22,22,23
   22 NK=N-KK
      ELM(N,I)=X(NK,I)
      GOTO101
   23 NK=N-KK
      IK=I-KK
      ELM(N,I)=Y(NK,IK)
  101 CONTINUE
  200 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0029**********

```
CCOE
      SUBROUTINECOE (ADIM,B,W,D,FRQ,BET,K,L)
      DIMENSIONELM(62,62),DUMMY1(6727),
     1TGA(31,31),TGB(31,31),THA(31,31),THB(31,31),
     2DUMMY2(62),CJ(31),DUMMY3(1984),
     3COEFA(31),COEFB(31),COEFC(31),COEFD(31),
     4EL(61,61)
      DIMENSIONDUMMY(3844),A(61,61)
      DIMENSIONAVEC(61),BVEC(61)
      COMMONELM,DUMMY1,
     1TGA,TGB,THA,THB,
     2DUMMY2,CJ,DUMMY3,
     3COEFA,COEFB,COEFC,COEFD,
     4EL
      EQUIVALENCE(DUMMY,ELM),(A,DUMMY1)
      CALLZERO(ADIM,B,W,D,FRQ,BET,K,L,FK)
      WRITEOUTPUTTAPE6,99,FK
   99 FORMAT(5X3HFK=F12.6)
      IF(FK) 8,8,7
    7 IF (FK-2.) 9,9,8
    9 CALLARRAY(ADIM,B,W,D,FK,BET,K,L,ELM)
      KKK=4*K+1
      DO10N=1,KKK
      IF(N-(3*K+2))11,12,12
   11 DO20I=1,KKK
      IF(I-(3*K+2))21,22,22
   21 A(N,I)=ELM(N,I)
      GOTO20
   22 A(N,I)=ELM(N,I+1)
   20 CONTINUE
      GOTO10
   12 DO30I=1,KKK
      IF(I-(3*K+2))31,32,32
   31 A(N,I)=ELM(N+1,I)
      GOTO30
   32 A(N,I)=ELM(N+1,I+1)
   30 CONTINUE
   10 CONTINUE
      IF(K)40,40,41
   40 A(1,1)=1./A(1,1)
      GOTO3
   41 CALLBNSINV(A,EL,KKK,61,DETERM,0.,ITEST)
      IF(ITEST)1,3,2
    1 WRITEOUTPUTTAPE6,97
   97 FORMAT(5X8HOVERFLOW)
      RETURN
    2 WRITEOUTPUTTAPE6,98
   98 FORMAT(5X8HSINGULAR)
      RETURN
    3 CONTINUE
      IARG=3*K+2
      DO100N=1,KKK
      IF(N-IARG)101,102,102
  101 BVEC(N)=-ELM(N,IARG)
      GOTO100
  102 BVEC(N)=-ELM(N+1,IARG)
  100 CONTINUE
      DO200I=1,KKK
      AVEC(I)=0.
      DO200N=1,KKK
      AVEC(I)=AVEC(I)+A(I,N)*BVEC(N)
```

```
  200 CONTINUE
      KK=2*K+1
      DO300N=1,KK
      COEFA(N)=AVEC(N)
  300 CONTINUE
      DO400N=1,KK
      IF(N-(K+1))401,402,403
  401 NK=N+KK
      COEFB(N)=AVEC(NK)
      GOTO400
  402 COEFB(N)=1.
      GOTO400
  403 NK=N-1+KK
      COEFB(N)=AVEC(NK)
  400 CONTINUE
      LL=2*L+1
      DO600M=1,LL
      COEFC(M)=0.
      COEFD(M)=0.
      DO600I=1,KK
      COEFC(M)=COEFC(M)+THA(I,M)*COEFA(I)+THB(I,M)*COEFB(I)
      COEFD(M)=COEFD(M)+TGA(I,M)*COEFA(I)+TGB(I,M)*COEFB(I)
  600 CONTINUE
C     NORMALIZATION
      DIMENSIONBJ(75)
      FRQA=FK*ADIM
      BETA=BET*ADIM
      GASQ=FRQA**2-BETA**2
      IF(ABSF(GASQ)-0.0001)51,51,52
   51 C1=(1.-GASQ/8.)/2.
      C2=(1.-GASQ/12.)/8.
      GOTO56
   52 IF(GASQ)54,51,53
   53 GA=SQRTF(GASQ)
      CALLBESLJ(GA,0.,2,BJ)
      GOTO55
   54 GA=SQRTF(-GASQ)
      CALLBESLI(GA,0.,2,BJ)
   55 C1=BJ(2)/GA
      C2=BJ(3)/(GA**2)
   56 C1P=C1-GASQ*C2
      CF=(FRQA**2)*C2-C1
      COEFA(K+1)=COEFA(K+1)+COEFB(K+1)*BETA*C1/CF
      COEFB(K+1)=-COEFB(K+1)*C1P/CF
      XNORM=COEFA(K+1)/ADIM
      DO700N=1,KK
      COEFA(N)=COEFA(N)/XNORM
      COEFB(N)=COEFB(N)/XNORM
  700 CONTINUE
      DO800M=1,LL
      COEFC(M)=COEFC(M)/XNORM
      COEFD(M)=COEFD(M)/XNORM
  800 CONTINUE
    8 RETURN
      END
```

```
CCS
      SUBROUTINECSINT(W,D,BET,K,L,CINT,SINT,CINTP,SINTP)
      DIMENSIONCINT(31,16),SINT(31,16),CINTP(31,15),SINTP(31,15)
      PI=3.1415927
      LL=L+1
      KK=2*K+1
      DO11M=1,LL
      FM=2*(M-1)
      ETA=FM*PI/D
      DO10N=1,KK
      FN=2*(N-K-1)
      BETA=BET+FN*PI/W
      ARGD=(BETA-ETA)*D/2.
      IF(ABSF(ARGD)-0.0001)110,110,111
  110 QUOTD=1.-(ARGD**2)/6.
      GOTO112
  111 QUOTD=SINF(ARGD)/ARGD
  112 ARGS=(BETA+ETA)*D/2.
      IF(ABSF(ARGS)-0.0001)113,113,114
  113 QUOTS=1.-(ARGS**2)/6.
      GOTO115
  114 QUOTS=SINF(ARGS)/ARGS
  115 CINT(N,M)=(QUOTD+QUOTS)/2.
   10 SINT(N,M)=(QUOTD-QUOTS)/2.
   11 CONTINUE
      IF(L)31,31,30
   30 DO21M=1,L
      FM=2*M-1
      ETA=FM*PI/D
      DO20N=1,KK
      FN=2*(N-K-1)
      BETA=BET+FN*PI/W
      ARGD=(BETA-ETA)*D/2.
      IF(ABSF(ARGD)-0.0001)120,120,121
  120 QUOTD=1.-(ARGD**2)/6.
      GOTO122
  121 QUOTD=SINF(ARGD)/ARGD
  122 ARGS=(BETA+ETA)*D/2.
      IF(ABSF(ARGS)-0.0001)123,123,124
  123 QUOTS=1.-(ARGS**2)/6.
      GOTO125
  124 QUOTS=SINF(ARGS)/ARGS
  125 CINTP(N,M)=(QUOTD+QUOTS)/2.
   20 SINTP(N,M)=(QUOTD-QUOTS)/2.
   21 CONTINUE
   31 RETURN
      END
```

**********0047**********

```
CCYL
      SUBROUTINECYLIN(A,W,FRQ,BET,K,C1,C2,CK,CJ)
      DIMENSIONBJ(75),CJ(31)
      PI=3.1415927
      KK=2*K+1
      FRQA=FRQ*A
      GASQ=FRQA**2-(BET*A)**2
      IF(ABSF(GASQ)-0.0001)11,11,12
   11 C1=(1.-GASQ/8.)/2.
      C2=(1.-GASQ/12.)/8.
      GOTO16
   12 IF(GASQ)14,11,13
   13 GA=SQRTF(GASQ)
      CALLBESLJ(GA,0.,2,BJ)
      GOTO15
   14 GA=SQRTF(-GASQ)
      CALLBESLI(GA,0.,2,BJ)
   15 C1=BJ(2)/GA
      C2=BJ(3)/(GA**2)
   16 CK=(FRQA**2)*C2-C1
      DO100N=1,KK
      FN=2*(N-K-1)
      BETA=A*(BET+FN*PI/W)
      GASQ=FRQA**2-BETA**2
      IF(ABSF(GASQ)-0.0001)21,21,22
   21 CJ(N)=(1.+GASQ/4.)
      GOTO100
   22 IF(GASQ)24,21,23
   23 GA=SQRTF(GASQ)
      CALLBESLJ(GA,0.,1,BJ)
      GOTO25
   24 GA=SQRTF(-GASQ)
      IF(50.-GA)31,31,32
   31 CJ(N)=1./(GA*EXPF(0.5+3./(16.*GA))-1.)
      GOTO100
   32 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
   25 CJ(N)=BJ(2)/(GA*BJ(1)-BJ(2))
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0040**********

CFDAX

```
      SUBROUTINEFDAXIS(A,W,K,Z,ESQ,EZ,ET)
      DIMENSIONDUMMY(16492),COEFA(31),COEFB(31),BJ(75)
      COMMONDUMMY,COEFA,COEFB
      PI=3.1415927
      KK=2*K+1
      E=0.
      EZ=0.
      ET=0.
      DO100N=1,KK
      IF(N-(K+1))20,10,20
   10 E=E-2.*COEFB(N)*SINF(Z)
      EZ=2.*COEFA(N)*COSF(Z)+EZ
      ET=2.*(COEFA(N)*A/4.+COEFB(N))*SINF(Z)+ET
      GOTO100
   20 FN=N-(K+1)
      BETA=1.+FN*2.*PI/W
      GSQ=1.-BETA**2
      GA=A*SQRTF(-GSQ)
      BETZ=BETA*Z
      IF(GA-50.)21,22,22
   21 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
      CJ=BJ(2)/GA
      CJP=BJ(1)-CJ
      C=1./CJ
      CP=1./CJP
      GOTO30
   22 C=0.
      CP=0.
   30 E=E-(COEFA(N)*C*BETA/(A*GSQ)+COEFB(N)*CP)*SINF(BETZ)
      EZ=2.*COEFA(N)*COSF(BETZ)+EZ
      ET=2.*(COEFA(N)*BETA/(A*GSQ)+COEFB(N))*SINF(BETZ)+ET
  100 CONTINUE
      ESQ=E**2
      RETURN
      END
```

**********0036**********

CFDPL

```
      SUBROUTINEFDPLT(A,W,K,R,ESQ,SLOPE)
      DIMENSIONDUMMY(16492),COEFA(31),BJ(75)
      COMMONDUMMY,COEFA
      PI=3.1415927
      KK=2*K+1
      E=0.
      DO100N=1,KK
      IF(N-(K+1))20,10,20
   10 E=E+2.*COEFA(N)*R/A
      GOTO100
   20 FN=N-(K+1)
      BETA=1.+FN*2.*PI/W
      GSQ=1.-BETA**2
      G=SQRTF(-GSQ)
      GA=G*A
      GR=G*R
      IF(GA-50.)21,22,22
   21 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
      CA=BJ(2)
      CALLBESLI(GR,0.,1,BJ)
      CR=BJ(2)
      CAR=CR/CA
      GOTO30
   22 CAR=SQRTF(A/R)*EXPF((GR-GA)-15.*(1./GR-1./GA)/128.)
   30 E=E+2.*COEFA(N)*CAR
  100 CONTINUE
      ESQ=E**2
      SLOPE=0.
      IF(A-R)1,11,1
   11 DO200N=1,KK
      IF(N-(K+1))50,40,50
   40 SLOPE=SLOPE+2.*COEFA(N)/A
      GOTO200
   50 FN=N-(K+1)
      BETA=1.+FN*2.*PI/W
      GSQ=1.-BETA**2
      G=SQRTF(-GSQ)
      GA=G*A
      IF(GA-50.)51,200,200
   51 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
      CA=G/BJ(2)
      SLOPE=SLOPE+COEFA(N)*CA
  200 CONTINUE
    1 RETURN
      END
```

**********0046**********

```
CDETP
C       ADAPTATION DETERMINANT
        SUBROUTINE DET (A,ALPHA,N,DETERM)
        DIMENSION A(62,62),DUMMY(16616),EL(62,62)
        COMMON DUMMY,EL
        CALL BNSINV(A,EL,N,62,DETERM,0.,ITEST)
        RETURN
        END
```

**********0008**********

```
CDZP
      SUBROUTINEDZPNOR(A,B,W,D,FK,L,DZP)
      DIMENSIONETAP(15),ETA(16),
     2GSQP(15),GSQ(16),G(31),
     3ZZP(15),ZZ(16),ZBP(15),ZB(16),ZPAB(31),BAB(31),
     4DUMMY(274),
     5SZB(31),
     6DUM(1478),
     7SZ(31,31),SB(31,31),
     8DUMM(12570),
     9CA(31),CB(31),CC(31),CD(31)
      COMMONETAP,ETA,
     2GSQP,GSQ,G,
     3ZZP,ZZ,ZBP,ZB,ZPAB,BAB,
     4DUMMY,
     5SZB,
     6DUM,
     7SZ,SB,
     8DUMM,
     9CA,CB,CC,CD
      PI=3.1415927
      NN=-1
      ASQ=A**2
      LL=L+1
      LLL=2*L+1
      CALL SZBZB(A,B,D,FK,L)
      DZP1=0.
      DZP1=DZP1
     1+SZ(LL,LL)*CC(LL)*CC(LL)
      IF(L)11,11,10
   10 DO100M=2,LL
      ML=M+L
      MP=M-1
      SIGN=NN**MP
      DZP1=DZP1
     1+4.*SIGN*SZ(LL,ML)*CC(LL)*CC(ML)
     2+4.*SIGN*ETA(M)/GSQ(M)/A*SZB(LL)*CC(LL)*CD(ML)
  100 CONTINUE
      DO200I=2,LL
      IL=I+L
      IP=I-1
      DO200M=2,LL
      ML=M+L
      MP=M-1
      SIGN=NN**(IP+MP)
  201 DZP1=DZP1
     1+4.*SIGN*SZ(IL,ML)*CC(IL)*CC(ML)
     2 +4.*SIGN*SZ(IP,MP)*CC(IP)*CC(MP)
  202 DZP1=DZP1
     1+4.*SIGN*ETA(I)*ETA(M)/GSQ(I)/GSQ(M)/A**2*SB(IL,ML)*CD(IL)*CD(ML)
     3 +4.*SIGN*ETAP(IP)*ETAP(MP)/GSQP(IP)/GSQP(MP)/A**2*SB(IP,MP)
     4*CD(IP)*CD(MP)
  203 DZP1=DZP1
     1+8.*SIGN*ETA(M)/GSQ(M)/A*SZB(IL)*CC(IL)*CD(ML)
     2+8.*SIGN*ETAP(MP)/GSQP(MP)/A*SZB(IP)*CC(IP)*CD(MP)
  200 CONTINUE
   11 DZP1=DZP1*PI/W
      DZP2=0.
      DO300M=1,LLL
      IF(M-LL)310,310,311
  310 EM=ETAP(M)*A
```

```
      GM=GSQP(M)*ASQ
      GOTO312
  311 MIL=M-L
      EM=ETA(MIL)*A
      GM=GSQ(MIL)*ASQ
      GOTO312
  312 IF(M-LL)302,301,302
  301 DZP2=DZP2+0.5*(ZPAB(M)*CC(M))**2
      GOTO300
  302 DZP2=DZP2
     1+(BAB(M)*CD(M))**2
     2+(ZPAB(M)*CC(M)+EM/GM*A/B*BAB(M)*CD(M))**2
  300 CONTINUE
      DZP2=DZP2*PI*D*B/W
      DZP=DZP1+DZP2
      RETURN
      END
```

**********0078**********

```
CGBET
      SUBROUTINEGBET(A,W,FK,BET,K)
      DIMENSIONBT(31),GS(31),ZJ(31),DUM(1000)
      COMMONDUM,BT,GS,ZJ
      PI=3.1415927
      KK=2*K+1
      FA=FK*A
      DO100N=1,KK
      FN=2*(N-K-1)
      BT(N)=A*(BET+FN*PI/W)
      GS(N)=FA**2-BT(N)**2
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0014**********

CETA

```
      SUBROUTINEGETA(A,B,D,FK,L)
      DIMENSION
     1ETAP(15),ETA(16),
     2GSQP(15),GSQ(16),
     3GP(15),G(16)
      COMMONETAP,ETA,GSQP,GSQ,GP,G
      PI=3.1415927
      LL=L+1
      DO100M=1,L
      FM=2*M-1
      ETAP(M)=PI*FM/D
      GSQP(M)=FK**2-ETAP(M)**2
      GP(M)=SQRTF(GSQP(M))
  100 CONTINUE
      DO200M=1,LL
      FM=2*(M-1)
      ETA(M)=PI*FM/D
      GSQ(M)=FK**2-ETA(M)**2
      G(M)=SQRTF(GSQ(M))
  200 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0023**********

CMAT

```
      SUBROUTINEMATRIX(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,U,V,X,Y)
      DIMENSIONELM(62,62),
     1U(31,31),V(31,31),X(31,31),Y(31,31),
     2TEC(31,31),TFC(31,31),TFD(31,31),
     3TGA(31,31),TGB(31,31),THA(31,31),THB(31,31),
     4VV(31),VX(31),CJ(31),
     5ZZ(16),ZB(16),ZZP(15),ZBP(15),
     6CINT(31,16),SINT(31,16),CINTP(31,15),SINTP(31,15)
      COMMONELM,U,V,X,Y,
     1TEC,TFC,TFD,TGA,TGB,THA,THB,
     2VV,VX,CJ,ZZ,ZB,ZZP,ZBP,
     3CINT,SINT,CINTP,SINTP
      DIMENSIONDKRON(31,31)
      KK=2*K+1
      LL=2*L+1
      DO10N=1,KK
      DO10I=1,KK
      IF(N-I)11,12,11
   11 DKRON(N,I)=0.
      GOTO10
   12 DKRON(N,I)=1.
   10 CONTINUE
      CALLVECTOR(A,W,FRQ,BET,K,VV,VX)
      CALLTENSOR(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,TEC,TFC,TFD,TGA,TGB,THA,THB)
      DO100N=1,KK
      DO100I=1,KK
      U(N,I)=DKRON(N,I)
      V(N,I)=VV(N)*DKRON(N,I)
      X(N,I)=VX(N)*DKRON(N,I)
      Y(N,I)=DKRON(N,I)
      DO100M=1,LL
      U(N,I)=U(N,I)-TEC(N,M)*THA(I,M)
      V(N,I)=V(N,I)-TEC(N,M)*THB(I,M)
      X(N,I)=X(N,I)-TFC(N,M)*THA(I,M)-TFD(N,M)*TGA(I,M)
      Y(N,I)=Y(N,I)-TFC(N,M)*THB(I,M)-TFD(N,M)*TGB(I,M)
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0039**********

```
CPOW
      SUBROUTINEPOWER(A,B,W,D,FQ,BT,K,L,SIGMA)
      DIMENSIONDUMMY(16492),CA(31),CB(31),ZJ(31),BA(31),GA(31)
      COMMONDUMMY,CA,CB
      PI=3.1415927
      I=-1
      KK=2*K+1
      FK=A*FQ
      CALLCOE(A,B,W,D,FQ,BT,K,L)
      CALLCYLIN(A,W,FQ,BT,K,C1,C2,CK,ZJ)
      DO10N=1,KK
      FN=N-(K+1)
      BA(N)=A*(BT+2.*PI*FN/W)
      GA(N)=FK**2-BA(N)**2
   10 CONTINUE
      SIGMA=0.
      DO100N=1,KK
      IF(N-(K+1))102,101,102
  101 SIGMA=SIGMA
     1+1./96.*FK**2*CA(N)**2
     2+1./(2.*FK)*CA(N)*CB(N)
     3+1./2.*CB(N)**2
      GOTO100
  102 SIGN=I    **(N-(K+1))
      SIGMA=SIGMA
     1+SIGN/(8.*GA(N))*(4.*BA(N)/FK+(FK+BA(N))*
     2FK*(4./GA(N)-1.-4./(GA(N)*ZJ(N))))*CA(K+1)*CA(N
      SIGMA=SIGMA
     1+SIGN/8.*(4.*ZJ(N)/FK-(FK+BA(N))*
     2((4./GA(N)-1.)*ZJ(N)-4./GA(N)))*CA(K+1)*CB(N)
      SIGMA=SIGMA
     1+1./4.*BA(N)*FK/GA(N)**2*((1.+1./ZJ(N))**2+GA(N)    -2.)*CA(N)*
      SIGMA=SIGMA
     1+1./4.*BA(N)/FK*((1.+ZJ(N))**2+(GA(N)-2.)*ZJ(N)**2)*CB(N)**2
  100 CONTINUE
      DO999M=1,KK
      DO999N=1,KK
      SIGN=I    **(M-N)
      IF(M-(K+1))200,201,200
  200 SIGMA=SIGMA
     1+SIGN/2.*(FK+BA(N)*BA(M)/FK)/GA(M)*ZJ(N)*CA(M)*CB(N)
  201 IF(M-N)202,999,202
  202 SIGMA=SIGMA
     1+SIGN/2.*BA(M)/FK*(GA(N)/(GA(N)-GA(M))*
     2ZJ(N)+GA(M)/(GA(M)-GA(N))*ZJ(M))*CB(M)*CB(N)
      IF(M-(K+1))203,999,203
  203 IF(N-(K+1))204,999,204
  204 SIGMA=SIGMA
     1+SIGN/2.*BA(N)*FK*(1./(GA(M)*(GA(N)-GA(M)))*
     21./ZJ(M)+1./(GA(N)*(GA(M)-GA(N)))*1./ZJ(N))*CA(M)*CA(N)
  999 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
CSZBZB
      SUBROUTINESZBZB(A,B,D,FK,L)
      DIMENSIONETAP(31),GSQP(15),GSQ(16),G(31),
     1ZZP(15),ZZ(16),ZBP(15),ZB(16),
     2DUMMY(212),
     3SZ1(31),SZ2(31),SB1(31),SB2(31),SZB(31),
     4DUM(1478),
     5SZ(31,31),SB(31,31)
      COMMONETAP,GSQP,GSQ,G,
     1ZZP,ZZ,ZBP,ZB,
     2DUMMY,
     3SZ1,SZ2,SB1,SB2,SZB,
     4DUM,
     5SZ,SB
      ASQ=A**2
      LL=L+1
      LLL=2*L+1
      DO100M=1,LLL
      IF(M-L)110,110,111
  110 GM=GSQP(M)
      UZM=ZZP(M)
      UBM=ZBP(M)
      GOTO112
  111 MM=M-L
      GM=GSQ(MM)
      UZM=ZZ(MM)
      UBM=ZB(MM)
      GOTO112
  112 DO100I=1,LLL
      IF(I-L)120,120,121
  120 GI=GSQP(I)
      UZI=ZZP(I)
      UBI=ZBP(I)
      GOTO122
  121 II=I-L
      GI=GSQ(II)
      UZI=ZZ(II)
      UBI=ZB(II)
      GOTO122
  122 IF(M-I)201,200,201
  200 SZ(I,M)=SZ1(I)
      SB(I,M)=SB1(I)
      GOTO100
  201 SZ(I,M)=-ASQ*(GI/(GI-GM)*UZI+GM/(GM-GI)*UZM)
      IF(M-LL)301,300,301
  301 IF(I-LL)302,300,302
  300 SB(I,M)=0.
      GOTO100
  302 SB(I,M)=-ASQ*(GI/(GI-GM)*1./UBM+GM/(GM-GI)*1./UBI)
      GOTO100
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

CSZB

```
      SUBROUTINESZZBB(A,B,D,FK,L)
      DIMENSIONDUM(31),GSQP(15),GSQ(16),G(31),
     2ZZP(15),ZZ(16),ZBP(15),ZB(16),
     3ZPAB(31),BAB(31),DUMMY(150),
     4SZ1(31),SZ2(31),SB1(31),SB2(31),SZB(31)
      COMMONDUM,GSQP,GSQ,G,
     2ZZP,ZZ,ZBP,ZB,
     3ZPAB,BAB,DUMMY,
     4SZ1,SZ2,SB1,SB2,SZB
      LL=L+1
      LLL=2*L+1
      AS=A**2/2.
      BS=B**2/2.
      CALLZYLAB(A,B,D,FK,L)
      CALLZYLIN(A,B,D,FK,L,ZZ,ZB,ZZP,ZBP)
      DO100M=1,LLL
      IF(M-L)110,110,111
  110 GAS=AS*GSQP(M)*2.
      GBS=BS*GSQP(M)*2.
      UZ=ZZP(M)
      UB=ZBP(M)
      GOTO112
  111 MIL=M-L
      GAS=AS*GSQ(MIL)*2.
      GBS=BS*GSQ(MIL)*2.
      UZ=ZZ(MIL)
      UB=ZB(MIL)
      GOTO112
  112 SZ1(M)=BS*ZPAB(M)**2-AS*(1.+2.*UZ+(GAS-1.)*UZ**2)
      SZ2(M)=BS*ZPAB(M)**2-AS*(1.+(GAS-1.)*UZ**2)
      SZB(M)=-AS*2.*UZ
      IF(M-LL)102,101,102
  101 SB1(M)=0.
      SB2(M)=0.
      GOTO100
  102 SB1(M)=AS*(GBS-1.)*BAB(M)**2-AS*(1./UB**2+2./UB+(GAS-1.))
      SB2(M)=AS*(GBS-1.)*BAB(M)**2-AS*(1./UB**2+(GAS-1.))
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0041**********

```
CTEN
      SUBROUTINETENSOR(AX,BX,WX,DX,FRQX,BETX,K,L,
     1TEC,TFC,TFD,TGA,TGB,THA,THB)
      DIMENSIONELM(62,62),
     1U(31,31),V(31,31),X(31,31),Y(31,31),
     2TEC(31,31),TFC(31,31),TFD(31,31),
     3TGA(31,31),TGB(31,31),THA(31,31),THB(31,31),
     4VV(31),VX(31),CJ(31),
     5ZZ(16),ZB(16),ZZP(15),ZBP(15),
     6CINT(31,16),SINT(31,16),CINTP(31,15),SINTP(31,15)
      COMMONELM,U,V,X,Y,
     1TEC,TFC,TFD,TGA,TGB,THA,THB,
     2VV,VX,CJ,ZZ,ZB,ZZP,ZBP,
     3CINT,SINT,CINTP,SINTP
      A=AX
      B=BX
      W=WX
      D=DX
      FRQ=FRQX
      BET=BETX
      PI=3.1415927
      DW=D/W
      KK=2*K+1
      LL=2*L+1
      FRQA=FRQ*A
      BETA=BET*A
      CALLCSINT(W,D,BET,K,L,CINT,SINT,CINTP,SINTP)
      CALLCYLIN(A,W,FRQ,BET,K,C1,C2,CK,CJ)
      CALLZYLIN(A,B,D,FRQ,L,ZZ,ZB,ZZP,ZBP)
      DO10N=1,KK
      DO10M=1,LL
      IF(M-L-1)101,102,103
  101 FM=2*M-1
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      ETAM=ETA/FRQ
      GSQM=A*GSQ/FRQ
      TEC(N,M)=2.*DW*GSQM*ZZP(M)*SINTP(N,M)
      TFC(N,M)=2.*DW*ETAM*ZZP(M)*CINTP(N,M)
      TFD(N,M)=2.*DW*CINTP(N,M)/(GSQM*ZBP(M))
      GOTO10
  102 MM=M-L
      TEC(N,M)=DW*FRQA*ZZ(MM)*CINT(N,MM)
      TFC(N,M)=0.
      TFD(N,M)=0.
      GOTO10
  103 MM=M-L
      FM=2*(MM-1)
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      ETAM=ETA/FRQ
      GSQM=A*GSQ/FRQ
      TEC(N,M)=2.*DW*GSQM*ZZ(MM)*CINT(N,MM)
      TFC(N,M)=2.*DW*ETAM*ZZ(MM)*SINT(N,MM)
      TFD(N,M)=2.*DW*SINT(N,MM)/(GSQM*ZB(MM))
   10 CONTINUE
      DO20I=1,KK
      IF(I-K-1)22,21,22
   21 DO210M=1,LL
      IF(M-L-1)211,212,213
  211 FM=2*M-1
```

```
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      GSQM=ETA/(A*GSQ)
      TGA(I,M)=-BET/FRQ*CINTP(I,M)
      TGB(I,M)=-FRQA*C1/CK*CINTP(I,M)
      THA(I,M)=-CK*SINTP(I,M)/(FRQA*C1)
     1+BET*CINTP(I,M)*GSQM/FRQ
      THB(I,M)=-FRQA*BETA*C2/CK*SINTP(I,M)
     1+FRQA*C1*CINTP(I,M)*GSQM/CK
      GOTO210
  212 MM=M-L
      TGA(I,M)=0.
      TGB(I,M)=0.
      THA(I,M)=-CK*CINT(I,MM)/(C1*FRQA)
      THB(I,M)=-FRQA*BETA*C2*CINT(I,MM)/CK
      GOTO210
  213 MM=M-L
      FM=2*(MM-1)
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      GSQM=ETA/(A*GSQ)
      TGA(I,M)=-BET*SINT(I,MM)/FRQ
      TGB(I,M)=-FRQA*SINT(I,MM)*C1/CK
      THA(I,M)=-CK*CINT(I,MM)/(FRQA*C1)
     1+BET*SINT(I,MM)*GSQM/FRQ
      THB(I,M)=-FRQA*BETA*C2*CINT(I,MM)/CK
     1+FRQA*C1*SINT(I,MM)*GSQM/CK
  210 CONTINUE
      GOTO20
   22 FI=2*(I-K-1)
      BETI=BET+FI*PI/W
      GSQ=FRQ**2-BETI**2
      BI=BETI/FRQ
      GI=A*GSQ/FRQ
      DO220M=1,LL
      IF(M-L-1)221,222,223
  221 FM=2*M-1
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      GSQM=ETA/(A*GSQ)
      TGA(I,M)=0.
      TGB(I,M)=GI*CJ(I)*CINTP(I,M)
      THA(I,M)=SINTP(I,M)/(GI*CJ(I))
      THB(I,M)=BI*CJ(I)*SINTP(I,M)
     1-GSQM*GI*CJ(I)*CINTP(I,M)
      GOTO220
  222 MM=M-L
      TGA(I,M)=0.
      TGB(I,M)=0.
      THA(I,M)=CINT(I,MM)/(GI*CJ(I))
      THB(I,M)=BI*CJ(I)*CINT(I,MM)
      GOTO220
  223 MM=M-L
      FM=2*(MM-1)
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      GSQM=ETA/(A*GSQ)
      TGA(I,M)=0.
      TGB(I,M)=GI*CJ(I)*SINT(I,MM)
      THA(I,M)=CINT(I,MM)/(GI*CJ(I))
      THB(I,M)=BI*CJ(I)*CINT(I,MM)
```

```
     1-GSQM*GI*CJ(I)*SINT(I,MM)
  220 CONTINUE
   20 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0127**********

CVEC

```
      SUBROUTINEVECTOR(A,W,FRQ,BET,K,VV,VX)
      DIMENSIONELM(62,62),
     1U(31,31),V(31,31),X(31,31),Y(31,31),
     2TEC(31,31),TFC(31,31),TFD(31,31),
     3TGA(31,31),TGB(31,31),THA(31,31),THB(31,31),
     4VV(31),VX(31),CJ(31),
     5ZZ(16),ZB(16),ZZP(15),ZBP(15),
     6CINT(31,16),SINT(31,16),CINTP(31,15),SINTP(31,15)
      COMMONELM,U,V,X,Y,
     1TEC,TFC,TFD,TGA,TGB,THA,THB,
     2VV,VX,CJ,ZZ,ZB,ZZP,ZBP,
     3CINT,SINT,CINTP,SINTP
      PI=3.1415927
      KK=2*K+1
      CALLCYLIN(A,W,FRQ,BET,K,C1,C2,CK,CJ)
      DO10N=1,KK
      FN=2*(N-K-1)
      BETN=BET+FN*PI/W
      GSQN=FRQ**2-BETN**2
      BETNA=A*BETN
      GSQNA=(A**2)*GSQN
      IF(N-K-1)12,11,12
   11 VV(N)=BETNA*C1/CK
      VX(N)=BETNA*C2/C1
      GOTO10
   12 VV(N)=0.
      VX(N)=BETNA/GSQNA
   10 CONTINUE
      RETURN
      END
```

**********0031**********

```
CVGR
      SUBROUTINEVGROUP(A,B,W,D,FK,BET,K,L,VG)
      CALLZERO(A,B,W,D,FK,BET+0.005,K,L,FK1)
      IF(FK1)10,10,11
   10 WRITEOUTPUTTAPE6,101
  101 FORMAT(1X11HVGDIVERGENT)
      RETURN
   11 CALLZERO(A,B,W,D,FK,BET-0.005,K,L,FK2)
      IF(FK2)20,20,21
   20 WRITEOUTPUTTAPE6,101
      RETURN
   21 VG=(FK1-FK2)/0.01
      RETURN
      END
```

**********0014**********

```
CWEMI
      SUBROUTINEWEMI(A,W,FK,BET,K,WEI,WMI)
      DIMENSIONDUM(1000),B(31),G(31),ZJ(31),
     1DUMMY(15399),CA(31),CB(31)
      COMMONDUM,B,G,ZJ,DUMMY,CA,CB
      PI=3.1415927
      KK=K+1
      KKK=2*K+1
      F=FK*A
      CALLGBET(A,W,FK,BET,K)
      CALLCYLIN(A,W,FK,BET,K,C1,C2,CK,ZJ)
      WEI=0.
      WMI=0.
      DO100N=1,KKK
      IF(N-KK)102,101,102
  101 WEI=WEI+
     1(F**2/48.+1./4.)*CA(N)**2+CB(N)**2
      WMI=WMI+
     1(F**2/48.+1./4.+1./F**2)*CA(N)**2+CB(N)**2+2./F*CA(N)*CB(N
      GOTO100
  102 WEI=WEI+
     1(0.5*(B(N)/G(N))**2*((1.+1./ZJ(N))**2+G(N)-2.)+
     20.5*1./G(N)*((1.+1./ZJ(N))**2+G(N)-2.*(1.+1./ZJ(N))))*CA(N)**2+
     40.5*((G(N)-2.)*ZJ(N)**2+(1.+ZJ(N))**2)*CB(N)**2+
     62.*B(N)/G(N)*ZJ(N)*CA(N)*CB(N)
  103 WMI=WMI+
     10.5*(F/G(N))**2*((1.+1./ZJ(N))**2+G(N)-2.)*CA(N)**2+
     3(0.5*(B(N)/F)**2*((G(N)-2.)*ZJ(N)**2+(1.+ZJ(N))**2)+
     40.5*G(N)/F**2*((1.+ZJ(N))**2+G(N)*ZJ(N)**2-2.*ZJ(N)*(1.+ZJ(N))))
     5*CB(N)**2+
     72.*B(N)/G(N)*ZJ(N)*CA(N)*CB(N)
  100 CONTINUE
      WEI=PI/4.*A**2*WEI
      WMI=PI/4.*A**2*WMI
      RETURN
      END
```

**********0036**********

```
CWEMII
      SUBROUTINEWEMII(A,B,W,D,FK,L,WEII,WMII)
      DIMENSION
     1ETAP(15),ETA(16),
     2GSQP(15),GSQ(16),
     3DUMMY(305),
     4SZ1(31),SZ2(31),SB1(31),SB2(31),SZB(31),
     5DUM(15970),CA(31),CB(31),CC(31),CD(31)
      COMMONETAP,ETA,GSQP,GSQ,DUMMY,
     4SZ1,SZ2,SB1,SB2,SZB,DUM,
     5CA,CB,CC,CD
      LL=L+1
      LLL=2*L+1
      FAS=(A*FK)**2
      CALLSZZBB(A,B,D,FK,L)
      WMII=0.
      WEII=0.
      PI=3.1415927
      DO100M=1,LLL
      IF(M-L)110,110,111
  110 EA=A*ETAP(M)
      GAS=GSQP(M)*A**2
      GOTO101
  111 MIL=M-L
      EA=A*ETA(MIL)
      GAS=GSQ(MIL)*A**2
      GOTO101
  101 IF(M-LL)103,102,103
  102 WEII=WEII+0.5*SZ2(M)*CC(M)**2
      WMII=WMII+0.5*SZ1(M)*CC(M)**2
      GOTO100
  103 WEII=WEII+
     1(GAS/FAS*SZ2(M)+EA**2/FAS*SZ1(M))*CC(M)**2+
     3FAS/GAS**2*SB1(M)*CD(M)**2+
     42.*EA/GAS*SZB(M)*CC(M)*CD(M)
  104 WMII=WMII+
     1SZ1(M)*CC(M)**2+
     2((EA/GAS)**2*SB1(M)+SB2(M)/GAS)*CD(M)**2+
     42.*EA/GAS*SZB(M)*CC(M)*CD(M)
  100 CONTINUE
      WEII=PI/2.*D/W*WEII
      WMII=PI/2.*D/W*WMII
      RETURN
      END
```

**********0044**********

```
ZERO
      SUBROUTINEZERO(A,B,W,D,FRQ,BET,K,L,FK)
      DIMENSIONELM(62,62)
      COMMONELM
      KKK=2*(2*K+1)
      DEL=0.001
      FRQ2=FRQ
      DO1M=1,10
      FRQ1=FRQ2
      CALLARRAY(A,B,W,D,FRQ1,BET,K,L,ELM)
      CALLDET(ELM,0.,KKK,X)
      CALLARRAY(A,B,W,D,FRQ1+DEL,BET,K,L,ELM)
      CALLDET(ELM,0.,KKK,XDEL)
      XP=(XDEL-X)/DEL
      COR=X/XP
      FRQ2=FRQ1-COR
      IF(ABSF(COR)-0.00001)2,1,1
    1 CONTINUE
      WRITEOUTPUTTAPE6,100
  100 FORMAT(1X12HFK=DIVERGENT)
      FK=0.
      GOTO3
    2 FK=FRQ2
    3 RETURN
      END
```

**********0025**********

```
CZAB
      SUBROUTINEZYLAB(A,B,D,FK,L)
      DIMENSIONETA(31),GSQP(15),GSQ(16),
     1GP(15),G(16),
     2ZZP(15),ZZ(16),ZBP(15),ZB(16),
     3ZPAB(31),BAB(31),
     4BJ(75),BY(75)
      COMMONETA,GSQP,GSQ,GP,G,
     2ZZP,ZZ,ZBP,ZB,
     3ZPAB,BAB,
     4BJ,BY
      LL=L+1
      LLL=2*L+1
      CALLGETA(A,B,D,FK,L)
      DO100M=1,LLL
      IF(M-L)110,110,111
  110 GA=A*GP(M)
      GB=B*GP(M)
      GOTO112
  111 MIL=M-L
      GA=A*G(MIL)
      GB=B*G(MIL)
      GOTO112
  112 IF(M-LL)102,101,102
  101 CALLBESLJ(GA,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GA,0.,1,BY)
      BA=BJ(2)
      YA=BY(2)
      BPA=BJ(1)-BJ(2)/GA
      YPA=BY(1)-BY(2)/GA
      CALLBESLJ(GB,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GB,0.,1,BY)
      BB=BJ(2)
      YB=BY(2)
      BPB=BJ(1)-BJ(2)/GB
      YPB=BY(1)-BY(2)/GB
      ZPAB(M)=(BPB*YB-BB*YPB)/(BPA*YB-BB*YPA)
      BAB(M)=0.
      GOTO100
  102 IF(GB-50.)103,104,104
  103 CALLBESLK(GA,0.,1,BY)
      YA=BY(2)
      YPA=-BY(1)-BY(2)/GA
      CALLBESLK(GB,0.,1,BY)
      YB=BY(2)
      YPB=-BY(1)-BY(2)/GB
      BAB(M)=YB/YA-YPB/YA
      ZPAB(M)=YPB/YPA-YB/YPA
      GOTO100
  104 BAB(M)=    SQRTF(A/B)*EXPF(GA-GB)*(2.+1./GB)
      ZPAB(M)=    BAB(M)/(1.+1./GA)
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
```

CZYL

```
      SUBROUTINEZYLIN(A,B,D,FRQ,L,ZZ,ZB,ZZP,ZBP)
      DIMENSIONZZ(16),ZB(16),ZZP(15),ZBP(15)
      DIMENSIONBJ(75),BY(75)
      PI=3.1415927
      LL=L+1
      DO10M=1,LL
      FM=2*(M-1)
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ETA**2
      IF(GSQ)102,101,101
  101 G=SQRTF(GSQ)
      GA=G*A
      GB=G*B
      CALLBESLJ(GA,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GA,0.,1,BY)
      BA=BJ(2)
      YA=BY(2)
      BAP=BJ(1)-BJ(2)/GA
      YAP=BY(1)-BY(2)/GA
      CALLBESLJ(GB,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GB,0.,1,BY)
      BB=BJ(2)
      YB=BY(2)
      BBP=BJ(1)-BJ(2)/GB
      YBP=BY(1)-BY(2)/GB
      ZZ(M)=(BA*YB-BB*YA)/(GA*(BAP*YB-BB*YAP))
      ZB(M)=(BA*YBP-BBP*YA)/(GA*(BAP*YBP-BBP*YAP))
      GOTO10
  102 G=SQRTF(-GSQ)
      GA=G*A
      GB=G*B
      IF(50.-GA)103,103,104
  103 ZZ(M)=-1./(1.+GA*EXPF(0.5+3./(GA*64.)))
      ZB(M)=ZZ(M)
      GOTO10
  104 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
      CALLBESLK(GA,0.,1,BY)
      BA=BJ(2)
      YA=BY(2)
      BAP=BJ(1)-BJ(2)/GA
      YAP=-BY(1)-BY(2)/GA
      IF(50.-GB)105,105,106
  105 ZZ(M)=YA/(GA*YAP)
      ZB(M)=ZZ(M)
      GOTO10
  106 CALLBESLI(GB,0.,1,BJ)
      CALLBESLK(GB,0.,1,BY)
      BB=BJ(2)
      YB=BY(2)
      BBP=BJ(1)-BJ(2)/GB
      YBP=-BY(1)-BY(2)/GB
      ZF=YA/(GA*YAP)
      ZZ(M)=ZF*(1.-(BA*YB)/(BB*YA))/(1.-(BAP*YB)/(BB*YAP))
      ZB(M)=ZF*(1.-(BA*YBP)/(BBP*YA))/(1.-(BAP*YBP)/(BBP*YAP))
   10 CONTINUE
      IF(L)30,30,200
  200 DO20M=1,L
      FM=2*M-1
      ETA=FM*PI/D
      GSQ=FRQ**2-ET  **2
```

```
      IF(GSQ)202,201,201
  201 G=SQRTF(GSQ)
      GA=G*A
      GB=G*B
      CALLBESLJ(GA,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GA,0.,1,BY)
      BA=BJ(2)
      YA=BY(2)
      BAP=BJ(1)-BJ(2)/GA
      YAP=BY(1)-BY(2)/GA
      CALLBESLJ(GB,0.,1,BJ)
      CALLBESLY(GB,0.,1,BY)
      BB=BJ(2)
      YB=BY(2)
      BBP=BJ(1)-BJ(2)/GB
      YBP=BY(1)-BY(2)/GB
      ZZP(M)=(BA*YB-BB*YA)/(GA*(BAP*YB-BB*YAP))
      ZBP(M)=(BA*YBP-BBP*YA)/(GA*(BAP*YBP-BBP*YAP))
      GOTO20
  202 G=SQRTF(-GSQ)
      GA=G*A
      GB=G*B
      IF(50.-GA)203,203,204
  203 ZZP(M)=-1./(1.+GA*EXPF(0.5+3./(GA*64.)))
      ZBP(M)=ZZP(M)
      GOTO20
  204 CALLBESLI(GA,0.,1,BJ)
      CALLBESLK(GA,0.,1,BY)
      BA=BJ(2)
      YA=BY(2)
      BAP=BJ(1)-BJ(2)/GA
      YAP=-BY(1)-BY(2)/GA
      IF(50.-GB)205,205,206
  205 ZZP(M)=YA/(GA*YAP)
      ZBP(M)=ZZP(M)
      GOTO20
  206 CALLBESLI(GB,0.,1,BJ)
      CALLBESLK(GB,0.,1,BY)
      BB=BJ(2)
      YB=BY(2)
      BBP=BJ(1)-BJ(2)/GB
      YBP=-BY(1)-BY(2)/GB
      ZF=YA/(GA*YAP)
      ZZP(M)=ZF*(1.-(BA*YB)/(BB*YA))/(1.-(BAP*YB)/(BB*YAP))
      ZBP(M)=ZF*(1.-(BA*YBP)/(BBP*YA))/(1.-(BAP*YBP)/(BBP*YAP))
   20 CONTINUE
   30 RETURN
      END
```

A.6. Exemples

Nous avons déterminé les dimensions d'une centaine de structures capables de supporter le mode déflecteur HEM_{11} ayant une vitesse de phase égale à la vitesse de la lumière pour une fréquence d'excitation $f_o = 2,855$ GHz. En particulier nous avons calculé b en fonction de a avec N et d/w comme paramètres, N étant le nombre d'iris par longueur d'onde. Ensuite nous avons calculé v_g, Z, R/Q, Rr_s pour les mêmes structures. Les résultats sont donnés sur les tableaux 12, 13 et 14. Il faut noter que toutes les valeurs sont données en unités MKSA. La résistance superficielle prend alors la valeur théorique $r_s = 1,394 \times 10^{-2}\ \Omega$ à la fréquence considérée.

a/cm	b/cm	$\frac{v_g}{c}$	$\sqrt{z}$ / $\frac{MV/m}{\sqrt{MW}}$	$\frac{R}{Q}$ / $\frac{k\Omega}{m}$	Rr_s / $\frac{k\Omega}{m}\,\Omega$
		d/w = 0,8			
1,671	6,130	-0,0276	2,06	2,01	458
1,755	6,094	-0,0301	1,94	1,96	446
1,838	6,056	-0,0320	1,85	1,90	432
1,922	6,019	-0,0331	1,79	1,83	417
2,005	5,982	-0,0331	1,76	1,75	399
2,089	5,946	-0,0319	1,75	1,67	381
2,172	5,912	-0,0296	1,77	1,58	361
2,256	5,881	-0,0256	1,85	1,49	340
2,340	5,852	-0,0203	2,02	1,40	320
2,423	5,827	-0,0136	2,41	1,31	299
2,507	5,806	-0,0055	3,81	1,22	279
2,590	5,789	0,0040	3,77	1,13	260
2,674	5,777	0,0147	1,99	1,05	241
2,757	5,768	0,0264	1,44	0,966	223
2,841	5,765	0,0392	1,14	0,890	206
2,924	5,765	0,0529	0,942	0,818	190
3,008	5,770	0,0673	0,801	0,752	175
3,092	5,779	0,0823	0,695	0,689	162
3,175	5,792	0,0979	0,611	0,632	149
3,259	5,809	0,1138	0,542	0,579	137
		d/w = 0,9			
1,671	6,113	-0,0324	1,89	2,03	491
1,755	6,074	-0,0341	1,81	1,97	477
1,838	6,034	-0,0348	1,77	1,90	460
1,922	5,994	-0,0343	1,75	1,82	441
2,005	5,955	-0,0324	1,76	1,74	421
2,089	5,917	-0,0291	1,82	1,65	399
2,256	5,849	-0,0174	2,24	1,46	353
2,340	5,819	-0,0094	3,04	1,37	331
2,423	5,794	0,0003	7,77	1,27	308
2,507	5,772	0,0113	2,35	1,18	286
2,590	5,755	0,0236	1,60	1,09	265
2,674	5,743	0,0371	1,23	1,00	245
2,757	5,735	0,0515	1,01	0,924	226
2,841	5,732	0,0667	0,850	0,848	208
2,924	5,733	0,0826	0,733	0,777	192
3,008	5,739	0,0991	0,641	0,712	176
3,092	5,749	0,1160	0,568	0,651	162
3,175	5,763	0,1331	0,507	0,595	149
3,259	5,781	0,1504	0,457	0,544	137

Tableau 12. Structures à 3 iris par longueur d'onde, λ_o = 10,5 cm

a/cm	b/cm	$\frac{v_g}{c}$	$\sqrt{z}$ / $\frac{MV/m}{\sqrt{MW}}$	$\frac{R}{Q}$ / $\frac{k\Omega}{m}$	Rr_s / $\frac{k\Omega}{m}\Omega$
		d/w = 0,8			
1,671	6,122	-0,0365	1,91	2,30	434
1,755	6,088	-0,0396	1,81	2,23	423
1,838	6,052	-0,0420	1,73	2,16	410
1,922	6,017	-0,0434	1,67	2,08	395
2,005	5,983	-0,0437	1,63	1,99	379
2,089	5,949	-0,0426	1,62	1,90	361
2,172	5,918	-0,0404	1,62	1,80	343
2,256	5,890	-0,0360	1,67	1,69	324
2,340	5,863	-0,0305	1,76	1,59	305
2,423	5,840	-0,0234	1,96	1,49	286
2,507	5,821	-0,0148	2,41	1,39	267
2,590	5,806	-0,0046	4,48	1,29	249
2,674	5,794	0,0068	2,99	1,20	231
2,757	5,787	0,0195	1,77	1,10	214
2,841	5,784	0,0333	1,32	1,02	198
2,924	5,784	0,0480	1,06	0,937	183
3,008	5,789	0,0636	0,882	0,862	169
3,092	5,798	0,0798	0,755	0,791	156
3,175	5,810	0,0967	0,658	0,725	144
3,259	5,827	0,1139	0,581	0,664	133
		d/w = 0,9			
1,671	6,117	-0,0422	1,80	2,36	481
1,755	6,080	-0,0448	1,73	2,30	468
1,838	6,042	-0,0463	1,67	2,22	452
1,922	6,004	-0,0465	1,64	2,13	435
2,005	5,967	-0,0454	1,62	2,03	416
2,089	5,930	-0,0426	1,64	1,93	396
2,256	5,864	-0,0317	1,80	1,72	353
2,340	5,834	-0,0237	2,03	1,61	331
2,423	5,809	-0,0140	2,61	1,50	309
2,507	5,787	-0,0027	7,56	1,39	288
2,590	5,769	0,0100	2,57	1,29	267
2,674	5,756	0,0241	1,65	1,19	247
2,757	5,746	0,0393	1,25	1,10	228
2,841	5,742	0,0554	1,02	1,01	211
2,924	5,741	0,0724	0,854	0,923	194
3,008	5,745	0,0899	0,735	0,845	179
3,092	5,753	0,1080	0,642	0,773	164
3,175	5,765	0,1265	0,568	0,707	151
3,259	5,781	0,1451	0,508	0,646	139

Tableau 13. Structures à 4 iris par longueur d'onde, λ_o = 10,5 cm

a/cm	b/cm	$\frac{v_g}{c}$	$\sqrt{z}$ / $\frac{MV/m}{\sqrt{MW}}$	$\frac{R}{Q}$ / $\frac{k\Omega}{m}$	Rr_s / $\frac{k\Omega}{m}$ Ω
		d/w = 0,8			
1,671	6,127	-0,0387	1,92	2,44	394
1,755	6,094	-0,0420	1,82	2,37	385
1,838	6,061	-0,0447	1,73	2,29	374
1,922	6,027	-0,0464	1,67	2,21	361
2,005	5,995	-0,0470	1,63	2,11	347
2,089	5,963	-0,0463	1,60	2,02	331
2,172	5,933	-0,0443	1,60	1,91	315
2,340	5,879	-0,0354	1,69	1,70	282
2,423	5,857	-0,0287	1,83	1,59	264
2,507	5,838	-0,0204	2,11	1,49	248
2,590	5,822	-0,0106	2,90	1,38	231
2,674	5,810	0,0006	6,69	1,28	215
2,757	5,802	0,0132	2,21	1,19	200
2,841	5,798	0,0269	1,52	1,10	185
2,924	5,798	0,0416	1,18	1,01	172
3,008	5,802	0,0572	0,966	0,930	159
3,092	5,809	0,0736	0,818	0,855	147
3,175	5,820	0,0906	0,707	0,784	136
3,259	5,835	0,1081	0,621	0,719	125
		d/w = 0,9			
1,671	6,131	-0,0443	1,83	2,53	445
1,755	6,096	-0,0474	1,74	2,46	434
1,838	6,060	-0,0495	1,68	2,38	422
1,922	6,023	-0,0505	1,63	2,29	407
2,005	5,986	-0,0501	1,61	2,19	390
2,089	5,951	-0,0481	1,60	2,09	373
2,172	5,916	-0,0445	1,63	1,98	354
2,256	5,885	-0,0389	1,69	1,86	334
2,340	5,855	-0,0316	1,83	1,75	315
2,423	5,828	-0,0227	2,10	1,64	295
2,507	5,805	-0,0121	2,86	1,52	275
2,590	5,785	0,0001	7,90	1,41	256
2,674	5,770	0,0137	2,26	1,31	238
2,757	5,759	0,0285	1,54	1,20	220
2,841	5,752	0,0444	1,19	1,11	203
2,924	5,749	0,0613	0,976	1,02	188
3,008	5,751	0,0789	0,826	0,933	173
3,092	5,756	0,0971	0,714	0,854	159
3,175	5,766	0,1157	0,626	0,781	147
3,259	5,779	0,1346	0,555	0,714	135

Tableau 14. Structure à 5 iris par longueur d'onde, λ_o = 10,5 cm

Manuscrit reçu le 23 décembre 1964

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Les quasars.

Vu et approuvé :

Orsay, le 2 FEVRIER *19* 65.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. ZAMANSKY

Vu

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

J. ROCHE.